பொது பௌதிகம்

கந்தசாமி (கே)

க. நூ. வெ. இ. வரிசை எண்—242

பொது பௌதிகம்

(பட்டப்படிப்புக்குரிய சிறப்புப் பாடம்)

ஆசிரியர்கள் :

திரு. க. ப. கந்தசாமி, எம். ஏ.,
துணைப்பேராசிரியர், பௌதிகத்துறை,
பச்சையப்பன் கல்லூரி, சென்னை.

திரு. மு. தியாகசுந்தரம், எம். எஸ்ஸி.,
துணைப்பேராசிரியர், பௌதிகத்துறை,
பச்சையப்பன் கல்லூரி, சென்னை.

கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

First Edition—August, 1970

D.C.P. No. 242

© Directorate of Collegiate Publications

"General Physics" Under Major

K. P. Kandasamy and M. Theagasundaram

Net Price Rs. 4·50
(NO DISCOUNT)

Printed by
Kabeer Printing Works,
Madras-5.

அணிந்துரை

(திரு. இரா. நெடுஞ்செழியன், தமிழகக் கல்வி-சுகாதார அமைச்சர்)

தமிழைக் கல்லூரிக் கல்வி மொழியாக ஆக்கிப் பத்து ஆண்டுகள் ஆகிவிட்டன. குறிப்பிட்ட சில கல்லூரிகளில் பி.ஏ. வகுப்பு மாண வர்கள் தங்கள் பாடங்கள் அனைத்தையும் தமிழிலேயே கற்றுவந்தனர். 1968ஆம் ஆண்டின் தொடக்கத்தில் புகுமுக வகுப்பிலும் (P.U.C.), 1969ஆம் ஆண்டிலிருந்து பட்டப்படிப்பு வகுப்புகளிலும் விஞ்ஞானப் பாடங்களையும் தமிழிலேயே கற்பிக்க ஏற்பாடு செய்துள்ளோம். தமிழி லேயே கற்பிப்போம் என முன்வந்துள்ள கல்லூரி ஆசிரியர்களின் ஊக்கம், பிற பல துறைகளிலும் தொண்டு செய்வோர் இதற்கெனத் தந்த உழைப்பு, தங்கள் சிறப்புத் துறைகளில் நூல்கள் எழுதித் தர முன்வந்த நூலாசிரியர்கள் தொண்டுணர்ச்சி இவற்றின் காரணமாக இத் திட்டம் நம்மிடையே மகிழ்ச்சியும் மனநிறைவும் தரத்தக்க வகை யில் நடைபெற்று வருகிறது. இவ்வகையில், கல்லூரிப் பேராசிரியர்கள் கலை, அறிவியல் பாடங்களை மாணவர்க்குத் தமிழிலேயே பயிற்றுவிப்ப தற்குத் தேவையான பயிற்சியைப் பெறுவதற்கு மதுரைப் பல்கலைக் கழகம் ஆண்டுதோறும் எடுத்துவரும் பெருமுயற்சியைக் குறிப்பிட்டுச் சொல்லவேண்டும்.

பல துறைகளில் பணிபுரியும் பேராசிரியர்கள் எத்தனையோ நெருக்கடிகளுக்கிடையே குறுகிய காலத்தில் அரிய முறையில் நூல்கள் எழுதித் தந்துள்ளனர்.

வரலாறு, அரசியல், உளவியல், பொருளாதாரம், தத்துவம், புவியியல், கணிதம், பௌதிகம், வேதியியல், உயிரியல், வானியல், புள்ளியியல் ஆகிய எல்லாத் துறைகளிலும் தனி நூல்கள், மொழி பெயர்ப்பு நூல்கள் என்ற இரு வகையிலும் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்தின் கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம் நூல்களை வெளி யிட்டு வருகிறது.

இவற்றுள் ஒன்றான 'பொது பௌதிகம்' என்ற இந் நூல் தமிழ் நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்—கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகத் தின் 242ஆவது வெளியீடாகும். இதுவரை 277 நூல்கள் வெளிவந் துள்ளன.

உழைப்பின் வாரா உறுதிகள் இல்லை; ஆதலின், உழைத்து வெற்றி காண்போம். தமிழைப் பயிலும் மாணவர்கள் உலக மாணவர் களிடையே சிறந்த இடம் பெறவேண்டும்; அதுவே தமிழன்னையின் குறிக்கோளுமாகும். தமிழ்நாட்டுப் பல்கலைக் கழகங்களின் பலவகை உதவிகளுக்கும் ஒத்துழைப்புக்கும் நம் மனம் கலந்த நன்றி உரித் தாகுக.

இரா. நெடுஞ்செழியன்

பொருளடக்கம்

		பக்கம்
1.	ஈர்ப்பு	1
2.	மீட்சியல்	30
3.	திரவங்களின் பாகுநிலை	92
4.	பரப்பு இழுவிசை	114
5.	விரவல்	165
6.	சவ்வூடு பரவல்	173
7.	அலகுகளும் அவற்றின் பரிமாணங்களும்	198
	கலைச்சொற்கள்	
	ஆங்கிலம்—தமிழ்	200
	தமிழ்—ஆங்கிலம்	206

பொது பௌதிகம்

1. ஈர்ப்பு
(Gravitation)

நியூட்டன் விதி (Newton's law)

ஒரு துகள் மற்றொரு துகளை ஈர்க்கும் விசை, அவற்றின் நிறைகளின் பெருக்கற் தொகைக்கு நேர்விகிதத்திலும், அவற்றினிடையே உள்ள தொலைவின் இருமடிக்கு எதிர்விகிதத்திலும் இருக்கும். இவ் விசை அவ்விரு துகள்களை இணைக்கும் நேர்கோட்டில் செயற்படும்.

இவ் விதியினை நியூட்டன் கி.பி. 1666ஆம் ஆண்டு, தமது இருபத்து நான்காவது வயதில் கண்டார். அதற்கும் சுமார் 50 ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் கெப்ளர் (Kepler) என்பார் கோளியக்க விதிகள் மூன்றினைத் தந்தார். அவையாவன :

(1) ஒவ்வொரு கோளும் (planet) சூரியனை ஒரு குவியத்தில் கொண்ட நீள்வட்டத்தின் (ellipse) வழியே செல்கின்றது.

(2) சூரியனையும் கோளினையும் இணைக்கும் ஆர வெக்டர் (radius vector) சம காலங்களில் சம பரப்பினைத் தீட்டும்.

(3) கோளின் இருமடிச் சுழற்காலம் அதன் சுற்றுவழிப் பேரச்சின் (major axis) மும்மடிக்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளது.

கெப்ளரின் இவ் விதிகள் கோள வியக்கத்தினைச் செம்மையாகக் கூறுகின்றனவே தவிர, அதனை விளக்கவில்லை. அதனை விளக்க வந்தது தான் நாம் மேலே கூறிய நியூட்டன் விதி.

பொருள்களின் நிலைமம் (inertia)பற்றி அறியாத கெப்ளர், தாம் கண்ட விதிகளைத் தொடர்ந்து மேலே எதுவும் செய்ய இயலவில்லை. கோளமொன்று சூரியனைச் சுற்றி நீள்வட்ட வழியே சுழல, அதற்கும் சூரியனுக்குமிடையேயுள்ள தொலைவின் இருமடிக்கு எதிர்விகிதத்தில் மாறும் ஓர் ஈர்ப்பு விசை செயற்படவேண்டுமென, ராபர்ட் பாயில் (Robert Boyle), எட்மண்ட் ஹெய்லி (Edmund Hailey) போன்

ரேர் நினைத்தனர். ஆயினும் அதனை ஆதாரபூர்வமாக அவர்களால் மெய்ப்பித்துக் காட்ட முடியவில்லை. ஆகவே, 1685ஆம் ஆண்டு எட்மண்ட் ஹெய்லி நியூட்டனிடம் சென்றார். நியூட்டனோ, ஏறக்குறைய 20 ஆண்டுகட்கு முன்னரே அதை மெய்ப்பித்துப் பார்த்துவிட்டதை யறிய வியப்புற்றுப் போனார். ஆயினும் நியூட்டன் எழுதிவைத்திருந்த தாள்கள் காணாமல்போய்விட்டிருந்தன. நியூட்டன், மீண்டும் அதில் ஈடுபட்டு,

(i) கோளினை அதன் சுழல்வழியே (orbital path) இருக்கச் செய்வது கோளத்திலிருந்து சூரியனை நோக்கிச் செயற்படும் விசை மட்டுமேயென்று கெப்ளரின் இரண்டாவது விதியிலிருந்தும், (ii) இவ் விசை, கோளிற்கும் சூரியனுக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவின் இரு மடிக்கு எதிர்விகிதத்தில் உள்ளதெனக் கெப்ளரின் முதல், மூன்றும் விதி களிலிருந்தும், (iii) இவ் விசை, கோள், சூரியன் இரண்டினுடைய நிறை களின் பெருக்கல் தொகைக்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கும் எனவும் கண்டார். மேலும் மதியின் (moon)மீது புவியினால் விளையும் ஈர்ப்பு முடுக்கத் தினை, கெப்ளர் விதிகளிலிருந்து கணக்கிட்டும், சோதனை முறையில் கண்டும், ஒப்பிட்டுப் பார்த்ததில் இரண்டும் ஏறத்தாழ ஒத்திருப்பதைக் கண்டார்.

புவி நோக்கி, மதிமீது செயற்படும் ஈர்ப்பு முடுக்கம் g_m எனவும், மதியின் சுழல் வழிக் கோட்டு வேகம் (linear velocity in its orbit) v எனவும், மதி புவி இவற்றின் இடைத் தொலைவு R எனவும், மதியின் சுற்றுவழி ஏறக்குறைய வட்டவடிவம் கொண்டது எனவும் கொண்டிடின்,

$$g_m = \frac{v^2}{R} \left[\because \text{ வட்ட இயக்கத்தினால் விளையும் நேர்குத்து முடுக்கம் } = \frac{(\text{கோட்டு வேகம்})^2}{\text{ஆரம்}} \right]$$

மதியின் கோண வேகம் w எனின்,

$$v = wR$$

$$\therefore g_m = \frac{(wR)^2}{R}$$

$$= w^2 R$$

மதியின் சுழற்காலம் (period of revolution) T எனின்,

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

$$\therefore g_m = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$$

இதில் $T = 27{\cdot}3$ நாட்கள் $= 27{\cdot}3 \times 24 \times 60 \times 60$ விநாடிகள்.

மேலும், வட்டச் சுழல்பாதையின் ஆரம் புவியின் ஆரத்தினைப் போல் 60 மடங்காகும்.

$$R = 60 \times \text{புவியின் ஆரம்}$$
$$= 240000 \text{ மைல்} \quad (\because \text{ புவி ஆரம்} = 4000 \text{ மைல்})$$
$$= 240{,}000 \times 5280 \text{ அடி}$$
$$\therefore g_m = \frac{4\pi^2 \times 240000 \times 5280}{(27{\cdot}3 \times 24 \times 60 \times 60)^2}$$
$$= 0{\cdot}00899 \text{ அடி/விநாடி}^2$$

புவியின் மேல் செயற்படும் ஈர்ப்பு முடுக்கம் g எனின், மதியின் மேல் செயற்படும் ஈர்ப்பு முடுக்கம்

$$g_m = \frac{g}{60^2}$$ [∵ கெப்ளரின், முதல், மூன்றுவது விதிகளிலிருந்து, புவி, மதி இரண்டுக்குமிடையே செயற்படும் விசையும் அவற்றின் இடைத் தொலைவின் இருமடியும் எதிர்விகிதத்தில் உள்ளன என நியூட்டன் காட்டினர்.]

$$g = 32{\cdot}2 \text{ அடி/விநாடி}^2$$
$$\therefore g_m = \frac{32{\cdot}2}{60^2}$$
$$= 0{\cdot}0084 \text{ அடி/விநாடி}^2$$

மேலே கண்ட g_m-ன் இரு மதிப்புகளும் ஏறத்தாழ ஒன்றுகவே இருப்பதிலிருந்து, நியூட்டனின் முடிவுகள் சரியென மெய்ப்பிக்கப்பட்டதாகக் கொள்ளலாம்.

இங்ஙனம் ஐயுறவிற்கு இடமின்றி மெய்ப்பித்துக் கண்ட பிறகே நியூட்டன் தமது புகழ் பெற்ற விதியினைத் தந்தார்.

நியூட்டனின் விதிப்படி, இரு துகள்களின் இடையேயுள்ள விசையினைக் காண்போம். m_1, m_2 நிறையுடைய இரு துகள்களின் இடைத் தொலைவு d எனவும், அவை ஒன்றையொன்று ஈர்க்கும் விசை F எனவும் கொண்டால்,

$$F \propto m_1 \times m_2$$
$$\propto \frac{1}{d^2}$$

எனவே, $F \propto \dfrac{m_1\, m_2}{d^2}$

அல்லது $F = G.\ \frac{m_1\, m_2}{d^2}$. இங்கு G என்பது ஒரு மாறிலி. இது ஈர்ப்பு மாறிலி (gravitation constant) எனப்படும்.

இதன் பரிமாணங்களாவன : $M^{-1}\ L^3\ T^{-2}$

$m_1 = m_2 = 1$ கிராம், $d = 1$ செ.மீ. எனின் $G = F$. இதன்படி ஓரலகு நிறையுள்ள பொருண்மையொன்று தன்னிடமிருந்து ஓரலகு தொலைவிலுள்ள அதே நிறையுள்ள மற்றொரு பொருண்மையினை ஈர்க்கும் விசையின் அளவே ஈர்ப்பு மாறிலியாம்.

ஈர்ப்பு மாறிலி எவ்வளவு?

புவியின் அடர்த்தியினையும் நிறையினையும் காண, ஈர்ப்பு மாறிலியின் மதிப்பு இன்றியமையாததாகிறது. ஏறத்தாழப் புவியினை ஒருபடித்தான கோளமெனக் கொண்டு,

பூமியின் நிறையை M எனவும் அதன் ஆரத்தை R எனவும் கொள்வோம். பூமியின்மேல் m நிறையுள்ள ஓர் ஒருபடித்தான பொருண்மை இருப்பதாகவும் கொள்வோம்.

அந்தப் பொருண்மையினை பூமி ஈர்க்கும் விசை mg என நியூட்டனின் இரண்டாம் இயக்கவியல்படி அறிவோம். இங்கு g என்பது ஈர்ப்பு முடுக்கமாகும். இப் பொருண்மையின் நிறை அதன் மையத்திலிருப்பதாகக் கொண்டால், இவ்விரண்டும் ஒன்றையொன்று ஈர்க்கும் விசை

$$= G\,\frac{Mm}{R^2}$$

ஆகவே,

$$G\,\frac{Mm}{R^2} = mg \qquad (1)$$

அல்லது $$\frac{GM}{R^2} = g \qquad (2)$$

புவியின் சராசரி அடர்த்தி ρ என்றால், அதன் நிறை $M = \frac{4}{3}\,\pi R^3 \times \rho$.

இதை இரண்டாம் சமன்பாட்டில் மாற்றீடு செய்ய,

$$\frac{G\,.\,4\,.\,\pi R^3\,.\,\rho}{3R^2} = g$$

அல்லது

$$\rho = \frac{3g}{4\pi RG} \qquad (3)$$

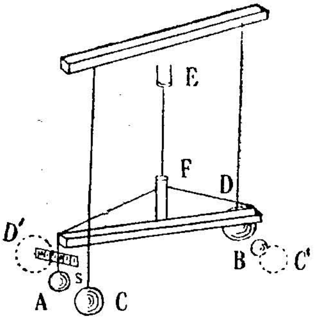
இதில் g, R, G ஆகியவற்றை அறிந்திடின், ρ-ன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம். M-ன் அளவினை வானவியல் முறைகொண்டு அறிவோமாயின், இரண்டாம் சமன்பாட்டின் உதவிகொண்டு G எவ்வளவெனக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

ஈர்ப்பு மாறிலியினைக் கண்டுபிடிக்கச் செய்யப்பட்ட சோதனைகளை இரு வகையாகப் பிரிக்கலாம். (i) வெளிப்புற முறைகள், (ii) ஆய்வுக் கூட முறைகள்.

முதல் வகையைச் சேர்ந்த சோதனைகளெல்லாம் வரலாற்று முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவை என்ற சிறப்பொன்றையே பெறும். இரண்டாம் வகையைச் சார்ந்த சோதனைகள் வரலாற்று முக்கியத்துவம் மட்டுமல்ல; செம்மையான விடையினைத் தந்த சிறப்பினையும் பெற்றவை. அவற்றில் காவண்டிஷ் (Cavendish), பாய்ஸ் (Boys), பாய்ன்டிங் (Poynting) ஆகியோர் கண்ட முறைகளைக் காண்போம்.

காவண்டிஷ் முறை

$F = G \cdot \frac{m_1 m_2}{d^2}$ என்ற சமன்பாட்டினை நாம் ஏற்கெனவே கண்டோம். இதில் F, m_1, m_2, d ஆகியவற்றினை அறிந்தால் G எவ்வளவு என்பதனைக் கணக்கிடலாம். இதைத் தத்துவமாகக் கொண்டு 1798 ஆம் ஆண்டு காவண்டிஷ் சோதனை முறையொன்றினைக் கண்டார். இவரது ஆய்கருவி மிச்சல் (Michell) என்பார் கண்ட ஆய்கருவியிலிருந்த சில குறைகளை நீக்கி முன்னேற்றம் செய்த ஒன்றாகும்.



படம் 1

ஈயத்தாலான 5 செ.மீ. விட்டமும் ஒரே நிறையும் (m_1) உள்ள கோளங்களிரண்டு A, B (படம் 1) இரண்டு மீட்டருக்குச் சற்றே குறைவான நீளம் உள்ள ஒரு மரத்தண்டின் இரு முனைகளிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. தண்டு வளையாமலிருக்க அதன் நடுவில் ஒரு செங்குத்தான தண்டு இணைக்கப்பட்டு, அதன் உச்சியிலிருந்து இரு கம்பிகள் முன் கூறிய தண்டின் இரு முனைகளிலும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்வமைப்பு EF என்ற வெள்ளி முலாமிட்ட செப்புக் கம்பி கொண்டு படத்தில் காட்டியுள்ளபடி தொங்கவிடப்பட்டது. ஆகவே, இது முறுக்கலைவு torsional oscillation) செய்யக் கூடியதாகிறது. இதன் முறுக்

கலேவு நேரம் $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{C}}$. இதில் I இவ்வமைப்பின் நிலைமைத் திருப்புதிறன் (moment of inertia); C செப்புக் கம்பியின் சுழல் இரட்டை/முறுக்கு (couple per unit twist) ஆகும்.

20 செ.மீ. விட்டமும், ஒரே நிறையும் (m_2) உள்ள வேறிரு ஈயக் கோளங்கள் C, D, இவற்றின் மையங்களும், A, B-யின் மையங்களும் ஒரே கிடைத்தளத்திலிருக்கும்படியும் A, C இவற்றிற்கிடையே உள்ள தூரமும் B, D இவற்றிற்கிடையே உள்ள தூரமும் சமனாக (d) இருக்கும்படியும் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன.

A-யும், C-யும் ஒன்றையொன்று ஈர்க்கும் விசை $F=G\frac{m_1 m_2}{d^2}$.

அதுபோன்றே,

B-யும், C-யும் ஒன்றையொன்று ஈர்க்கும் விசை $F=G.\frac{m_1 m_2}{d^2}$.

இவை யிரண்டும் சேர்ந்து ஓர் இரட்டையினை விளைவிக்கின்றன. $AB=2l$ ஆனால், இவ்விரட்டையின் திருப்புதிறன்

$$= G.\frac{m_1 m_2}{d^2}.2l$$

$$= 2.G\frac{m_1 m_2}{d^2}l$$

இவ் விரட்டையினால் ஏற்படும் கோணவிலக்கம் θ ஆனால்,

$$2G.\frac{m_1 m_2}{d^2}.l=C\theta.$$

கோணவிலக்கினையளக்க, ஓர் அளவுகோல் (s) அமைக்கப்பட்டுள்ளது. A, B, C, D யாவும் நிலையாக உள்ளபோது அளவுகோல் காட்டும் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக்கொள்ளவேண்டும். பிறகு C, D கோளங்களை A, B-க்கு மறுபுறத்தில் CD நிலைக்குக் கொண்டுவந்து எதிர்த்திசையில் விளைவிக்கப்படும் காட்சிப் பதிவினையும் குறித்துக் கொள்ளல் வேண்டும். இவ்விரு காட்சிப் பதிவுகளின் வேறுபாடு 2θ-வினைக் கொடுக்கும்.

ஆக m_1, m_2, d, l, θ, C ஆகியவற்றை அறிவோம். எனவே, Gஐக் கண்டுபிடிக்கலாம். காவண்டிஷ் இவ்வாய்வினை இருபத்தொன்பது முறை செய்து செ.மீ.கி.வி. (C. G. S.) அளவுமுறையில் கண்டுபிடித்த G-ன் சராசரி அளவு $6{\cdot}562\times10^{-8}$;

புவியின் அடர்த்தி ρ-ன் சராசரி அளவு $5{\cdot}45$ கிராம்/செ.மீ.^{3}

காவண்டிஷ் இவ்வாய்வினைத் தனது தோட்டத்தில் இருந்த வெளி வீட்டில் ஒரு தனியறை அமைத்துச் செய்தார். தான் அறையின் வெளியே நின்று, தொலைநோக்கிகொண்டு காட்சிப் பதிவுகளைக் கண்டார். இதனால் காற்ளேட்டமோ, அவர் உடலுக்கும் கோளங்களுக்குமிடையே விளையக்கூடிய ஈர்ப்பு விசையோ ஆய்வுக்கு இடையூறு செய்யவில்லை. தொங்குமமைப்பின் முறுக்கலைவு நேரம் 420 விநாடிகள் ஆயிற்று. இவ்வமைப்பு சமநிலைக்கு வந்து, காட்சிப் பதிவுகளைக் குறிப்பது இயலாமையினால் அடுத்தடுத்து மூன்று மாறுநிலைப் புள்ளிகளைக் கொண்டு, அதனின்றும் சமநிலை கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.

பிழை மூலங்கள்

இவ்வாய்வு முறையில் சில பிழைமூலங்கள் இருப்பதனால் கிடைக்கப் பெற்ற விடை மிகச் செம்மையானதெனக் கூற இயலாது. AB என்ற தண்டு மிக நீளமாக இருந்தால்தான் ஒரு முனைக்கருகே உள்ள பெரிய கோளம் மறு முனையிலுள்ள சிறிய கோளத்தினை ஈர்க்காது. நீளம் அதிகமானதால் தொங்குமமைப்பின் நிலைமத் திருப்புதிறன் அதிகமாகிறது. மேலும் தண்டு வளையவும் ஏதுவாகிறது. அதைத் தடுக்க மேலும் ஒரு தண்டினையும் கம்பிகளையும் பயன்படுத்த, நிலைமத் திருப்புதிறன் மேலும் அதிகமாயிற்று. m_1, m_2-க்கிடையேயுள்ள ஈர்ப்புவிசை குறைவானதொன்ருகும். ஆகவே, இரட்டையின் திருப்புதிறன் குறைந்து, முறுக்குக் குறைந்தது. குறைந்த முறுக்கினால் உண்டான கோண விலக்கினைச் சரியாக அளக்கவேண்டி, தொங்குகம்பியின் நீளம் அதிகப்படுத்தப்பட்டது ; விறைப்புக் குணகம் குறைவாயிருக்கும் கம்பி பயன்படுத்தப்பட்டது. இவையெல்லாமாகச் சேர்ந்து தடையூட்டம் பெரு அலைவினை (undamped oscillations) ஏற்படுத்தின.

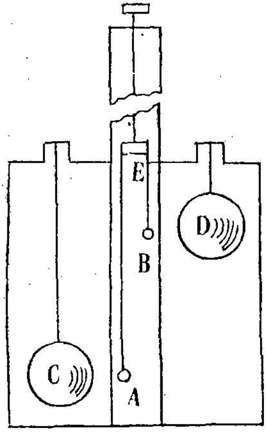
ஆய்வாளர், ஆய்கருவியிலிருந்து வெகு தொலைவிலிருக்க வேண்டியிருந்தது. காற்றின் தகைப்பு ஓட்டம் (convection current) வேறு இடையூருக இருந்தது.

சர் சார்லசு வெர்னும் பாய்ஸ் (Boys) முறை

ஏறத்தாழ ஓர் நூற்ருண்டிற்குப் பிறகு, காவண்டிஷ் முறையில் கண்ட சில குறைகளை நீக்கி, மேலும் முன்னேற்றம் கண்ட முறை பாய்ஸ் முறையாகும். 1895ஆம் ஆண்டு கண்ட இம் முறையிலும் ஒரு முறுக்குத் தராசுதான் பயன்படுத்தப்பட்டது ; தத்துவமும் பழைய தத்துவமே.

ஈர்க்கும் கோளங்கள் (C, D) ஈயத்தாலானவை ; 11·54 செ.மீ. விட்டமுடையவை. ஈர்க்கப்படும் கோளங்கள் (A, B) பொன்னாலானவை ; 0·5 செ.மீ. விட்டமுடையவை.

முறுக்குத் தண்டாகப் பயன்படும் ஒரு சிறு சமதள ஆடியின் (E) பக்கங்களிலிருந்து இந்தப் பொற்கோளங்கள் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. இவ்வாடியும் எதிரொளிப்புக் கற்றையும் விலக்கத்தை அளக்க உதவுகின்றன. உருகிய க்வார்ட்சால் (quartz) ஆன முறுக்கு இழை கொண்டு இவ்வாடி தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. ஆய்கருவியின் அளவு சிறியது. எனினும், பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள இழை, வலிவும் மீட்சியல் (elasticity) தன்மையும் கொண்டதால் கருவியின் உணர்வு நுட்பத்தை அதிகரிக்கின்றது. கருவி சிறியதாகவே, காற்றின் தகைப்பு ஓட்டமும் வெகுவாக குறைக்கப்படுகின்றது. மேலும் நிறை குறையவே, நிலைமத் திருப்புதிறன் குறைந்து அலைவு நேரமும் குறைகின்றது.



படம் 2

இரு இரட்டைக் கோளங்களும் வெவ்வேறு கிடைமட்டத்தில் உள்ளன. ஆகவே, ஒரு கிடைமட்டத்தில் உள்ள கோளம் மற்றொரு கிடைமட்டத்தில் உள்ளதை ஈர்ப்பதில்லை.

இவ்வமைப்பு முழுதும் ஒரு நீள் உருளைக் கண்ணாடிப் பாத்திரத்திலிருப்பதால் காற்றோட்டமும் செய்முறையில் ஊறு செய்வதில்லை.

ஈயக்கோளங்கள் ஒவ்வொன்றின் நிறையும் M எனவும், பொற்கோளங்கள் ஒவ்வொன்றின் நிறையும் m எனவும், ஓர் ஈயக்கோளத்திற்கும் அதனருகே உள்ள பொற்கோளத்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவு d எனவும் கொண்டால், ஒவ்வோர் இரட்டைக் கோளங்களுக்கிடையேயுள்ள ஈர்ப்பு விசை

$$F = G \cdot \frac{Mm}{d^2} \qquad (1)$$

ஆடியின் நீளம் l எனக் கொள்வோம். இவ்விரட்டையின் திருப்பு

$$\text{திறன்} = G \cdot \frac{Mm}{d^2} \cdot l \qquad (2)$$

இவ் விரட்டையினால் ஏற்படும் கோணவிலக்கம் θ எனவும், க்வார்ட்சு முறுக்கிழையின் சுழல் இரட்டை முறுக்கு C எனவும் கொண்டால்,

$$G \cdot \frac{Mm}{d^2} \cdot l = C \cdot \theta \qquad (3)$$

ஒரு தொலைநோக்கியும் அளவுகோலும் கொண்டு ஆடியின் கோண விலக்கம் கண்டுபிடிக்கப்படுகிறது. அளவுகோல் காட்சிப் பதிவுகளின் வேறுபாடு S எனவும், ஆடிக்கும் அளவுகோலுக்குமிடையேயுள்ள தொலைவு D எனவும் கொண்டிடின்

$$2\theta = \frac{S}{D}$$

$$\theta = \frac{S}{2D}$$

மூன்றுவது சமன்பாட்டில் θ-வுக்கு ஈடு செய்யின்,

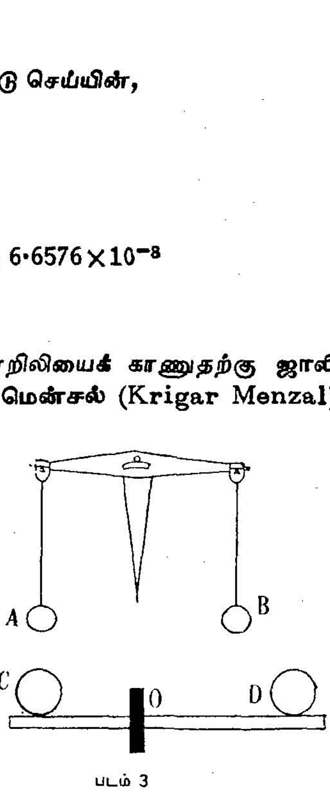
$$G \cdot \frac{Mm}{d^2} \quad l = C \cdot \frac{S}{2D}$$

$$\therefore\ G = C \cdot \frac{S}{2D} \cdot \frac{d^2}{Mml}$$

பாய்ஸ் கண்ட G-யின் சராசரி அளவு $6{\cdot}6576 \times 10^{-8}$

பாய்ன்டிங் (Poynting) முறை

தராசின் உதவிகொண்டு ஈர்ப்பு மாறிலியைக் காணுதற்கு ஜாலி (Jolly), ரிச்சார்சு (Richarz), கிரிகர் மென்சல் (Krigar Menzal) ஆகியோர் முயன்றனர். எனினும், பாய்ன்டிங் கண்ட முறையே அவற்றுளெல்லாம் சிறந்து நின்று G-க்கு ஒரு சீரிய அளவினை ஈந்தது. வலிவுள்ள ஒரு தராசுத் தண்டின் முனைகளிலிருந்து இரு சம நிறையுள்ள (21·6 கி. கிராம்) ஈய ஆன்டிமனி உலோகக் கலப்பால் (alloy) ஆன கோளங்கள் (A, B) ஒரே கிடைமட்டத்தில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. அடியில் O வழியே செல்லும் செங்குத்துக் கோட்டினை அச்சாகக் கொண்டு சுழலும் ஒரு மேடையின் மேல் 153 கி. கிராம் நிறையுள்ள ஒரு பொருள் (C) உள்ளது. சுழல் மேடையின் இருபக்க நிறையும் ஈடாகும்பொழுது மற்றுமொரு பொருள் (D) படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல் வைக்கப்பட்டுள்ளது.



படம் 3

A-ன் நேர்கீழே C இருக்கும்படி சுழல்மேடையைத் திருப்பி வைத்து, தராசுக் குறிமுள்ளின் காட்சிப் பதிவின் ஒளிஆடி கொண்டு கணக்கிடவேண்டும்.

பின் B-ன் நேர்கீழே C வரும்படி சுழல்மேடையைத் திருப்பி, தராசுக் குறிகாட்டியின் புதிய காட்சிப் பதிவிற்கும், முன்னதற்கும் உள்ள வேற்றுமை கண்டு அதனின்றும் கோணவிலக்கினைக் (θ_1) கணக்கிட வேண்டும்.

தராசுத் தண்டின் நீளம் $2l$ எனவும் A-க்கும் C-க்குமிடையேயுள்ள நேர் செங்குத்துத் தொலைவு d எனவும், Aயின் நிறை m_1 எனவும், C-யின் நிறை m_2 எனவும், சுழல் இரட்டை/முறுக்கு C எனவும் கொண்டிடின்,

$$G \cdot \frac{m_1 m_2}{d^2} \cdot 2l = C \cdot \theta_1 \qquad (1)$$

$$C = 2 \cdot G \cdot \frac{m_1 m_2 l}{d^2 \theta_1} \qquad (2)$$

தராசினை அளவீடு செய்ய (to calibrate)

0·01 கிராம் நிறையுள்ள ஓர் ஏறியினைத் (rider) தராசின் ஒரு கையில் (arm) l_1 செ.மீ. தூரத்தில் வைப்போம். ஏற்படும் கோண விலக்கம் θ_2 எனக் கொள்வோமாயின்,

$$C = \frac{\cdot 01 \times g \times l_1}{\theta_2} \qquad (3)$$

சமன்பாடுகள் (2), (3)-லிருந்து

$$\frac{2G \cdot m_1 m_2 l}{d^2 \theta_1} = \frac{\cdot 01 g l_1}{\theta_2}$$

$$\therefore\ G = \frac{\cdot 01 g l_1 d^2 \theta_1}{2 m_1 m_2 l \theta_2}$$

G-க்குப் பாய்ன்டிங் கண்ட சராசரி அளவு $6 \cdot 6984 \times 10^{-8}$

ஈர்ப்பும் ஈர்ப்பழுத்தமும் (Gravitation and Gravitational Potential)

மேலே நாம் கண்டபடி ஒரு துகளைச் சுற்றியுள்ள இடத்தில் எந்த ஒரு புள்ளியிலும் மற்றொரு துகள் வைக்கப்படுமாயின் அதன்மீது ஈர்ப்பு விசை செயற்படும். ஈர்ப்புவிசை செயற்படும் அத் துகளின் சுற்றிடம் அதன் ஈர்ப்புப் புலம் எனப்படும். வைக்கப்படும் பொருண்மை ஓரலகு நிறை உள்ளதாயின் அதன்மீது செயற்படும் விசையே, அப் புள்ளியில் ஈர்ப்பு அழுத்தம் என்று கூறப்படும். ஈர்ப்புப் புலத்திலுள்ள ஒரு

புள்ளியிலிருந்து மற்றொரு புள்ளிக்கு ஓரலகு நிறையுள்ள பொருண்மையினை நகர்த்த, செய்யப்படும் வேலை அவ்விரு புள்ளிகளிடையேயுள்ள ஈர்ப்பழுத்த வேற்றுமை எனப்படும். நகர்த்தப்படும் திசையினைப் பொறுத்து இது நேராகவோ (positive) அன்றி எதிராகவோ (negative) இருக்கலாம்.

ஈர்க்கின்ற பொருளினின்று ஈறில்லாத் தொலைவிலுள்ள (infinity) புள்ளிகளில் அதன் ஈர்ப்பழுத்தம் சுழி (zero) ஆகும். ஆகவே, ஈறிலாத் தூரத்திலிருந்து ஈர்ப்புப் புலத்திலுள்ள ஒரு புள்ளிக்கு ஓரலகு நிறையுள்ள பொருண்மையினைக் கொண்டுவரச் செய்யப்படும் வேலையினை (எதிர்) அப் புள்ளியின் ஈர்ப்பழுத்தம் எனலாம். இது ஒரு திசையற்ற அளவு (scalar) ஆகும்.

ஈர்ப்புப் புலமொன்றில், ஒரு புள்ளியில் ஈர்ப்பழுத்தம் V என்றும், அதனின்றும் உறுநுண் அளவு தொலைவு dx-ல் உள்ள பிறிதொரு புள்ளியில் $V+dv$ என்றும் கொண்டிடின், முதற்புள்ளியிலுள்ள ஈர்ப்புப் புலச் செறிவு (intensity of gravitational field)

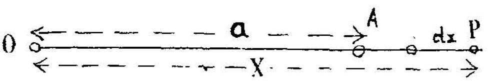
$F = \frac{dv}{dx}$. இதன்படி ஒரு புள்ளியின் ஈர்ப்புப்புலச் செறிவினை அவ்விடத்திலுள்ள ஈர்ப்பழுத்த–தூரத்தகைவு என வரையறுக்கலாம்.

ஒரு துகளால் விளையும் ஈர்ப்பழுத்தம்

m நிறையுள்ள ஒரு துகள் (O), ஓரலகு நிறையுள்ள பொருண்மை (P)யிலிருந்து x தொலைவில் உள்ளதாகக் கொண்டிடின், பின்னதன்மேல் செயற்படும் ஈர்ப்பு விசை

$F = G \cdot \frac{m}{x^2}$, அப் பொருண்மையினை dx தொலைவு நகர்த்தச் செய்யப்படும் வேலை $dw = dv = G \cdot \frac{m}{x^2} \cdot dx$

ஆக, அதனை ∞-யிலிருந்து A-க்கு நகர்த்தச் செய்யப்படும் வேலை (அல்லது) A-ன் ஈர்ப்பழுத்தம்



படம் 4

$$V = \int dv$$

$$= \int_{\infty}^{a} G \frac{m}{x^2} \cdot dx \qquad (\because OA = a)$$

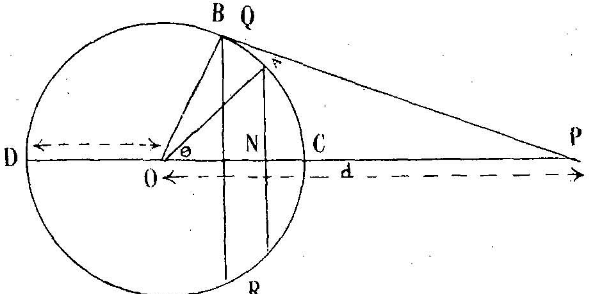
$$= -\left[\frac{Gm}{x}\right]_{\infty}^{a}$$

$$= -\frac{Gm}{a}$$

ஈர்க்கும் பொருளினை நெருங்க நெருங்க ஈர்ப்பழுத்தம் குறைவதை, எதிர்க்குறி (—) யினின்றும் அறியலாம்.

கோள ஓடு விளைவிக்கும் ஈர்ப்பழுத்தம்

a ஆரமும் σ பரப்படர்த்தியும் கொண்ட ஒரு சீர் கோள ஓட்டின் மையம் O-விலிருந்து d தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளி P-ல் ஈர்ப்பழுத்தம் எவ்வளவு எனக் கணக்கிடுவோம். OP-க்குச் செங்குத்தாகவும் A, B வழியாகவும் உள்ள இரு சமதளங்களால் உண்டாக்கப்படும் QR எனும் பகுதியினை எடுத்துக்கொள்வோம்.



படம் 5

PA, OA, OB இவற்றை இணைப்போம். OP-யுடன் மேவும் விட்டம் CD ஆகும்.

$C\hat{O}A = \theta$; $C\hat{O}B = \theta + d\theta$ எனின்

வில் $AB = ad\theta$.

QR-ன் ஆரம் $(AN) = a \sin \theta)$

அதன் பரப்பளவு $= 2\pi a \sin\theta \cdot a d\theta$

அதன் நிறை $= 2\pi a^2 \sin\theta \cdot d\theta \cdot \sigma$

பகுதி QR-ன் மேலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் P-யிலிருந்து ஒரே தொலைவில் $(PA=r)$ உள்ளதால்

P-ல் அத் துண்டு விளைவிக்கும் ஈர்ப்பழுத்தம்

$$dv = G \cdot \frac{2\pi a^2 \sigma \sin\theta \, d\theta}{r} \qquad (1)$$

$\triangle OPA$-விருந்து

$$r^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos\theta$$

இதைப் பகுப்பின் (differentiating)

$$2r \cdot dr = 2ad \cdot \sin\theta \, d\theta$$

$$r = \frac{ad \sin\theta \, d\theta}{dr} \qquad (2)$$

சமன்பாடு (1)-ல் r-க்கு மாற்றீடு செய்யின்,

$$dv = G \cdot \frac{2\pi a^2 \sigma \sin\theta \, d\theta}{a \cdot d \sin\theta \, d\theta} \times dr$$

$$= G \cdot \frac{2\pi a \sigma}{d} \cdot dr \qquad (3)$$

முழுக்கோள ஓடு, P-ல் விளைவிக்கும் ஈர்ப்பழுத்தம்

$$V = \int_{d-a}^{d+a} dv$$

$$= \int_{d-a}^{d+a} G \cdot \frac{2\pi a \sigma}{d} \cdot dr$$

$$= G \cdot \frac{2\pi a \sigma}{d} \Big[r \Big]_{d-a}^{d+a}$$

$$= G \cdot \frac{2\pi a \sigma}{d} \times 2a$$

$$= G \cdot \frac{4\pi a^2 \sigma}{d} = G \cdot \frac{M}{d} \qquad (4)$$

($\because$ $4\pi a^2 \sigma = M =$ கோள ஓட்டின் பொருண்மை).

ஆக, கோள ஓடொன்றின் வெளிப்புறப் புள்ளியொன்றில் விளைவிக்கப்படும் ஈர்ப்பழுத்தம், அக் கோள ஓட்டின் முழுநிறையும் அதன் மையத்தில் செறிந்திருப்பதாகக் கொளின் எவ்வளவு இருக்குமோ அவ்வளவேயாம்.

புள்ளி P கோள ஓட்டின் மேற்பரப்பில் இருப்பின்

$$d = a$$

$$V = G.\frac{M}{a} \tag{5}$$

புள்ளி P கோள ஓட்டின் உள்ளேயிருப்பின்,

$$\begin{aligned} V &= \int_{a-d}^{a+d} G \times \frac{2\pi\, \sigma\, a}{d}\, dr \\ &= G \,.\, 4\pi\, a\, \sigma \\ &= G \,.\, \frac{4\pi\, a^2\, \sigma}{a} \\ &= G \,.\, \frac{M}{a} \end{aligned} \tag{6}$$

ஆக, புள்ளி P கோள ஓட்டின் உள்ளே எங்கிருந்தாலும் அங்கு விளைவிக்கப்படும் ஈர்ப்பழுத்தம் கோள ஓட்டின் மேற்பரப்பிலுள்ள ஒரு புள்ளியில் விளைவிக்கப்படும் ஈர்ப்பழுத்த அளவேயாகும்.

ஈர்ப்பழுத்தம் எதிர்க்குறி (—) கொண்டது என நாம் ஏற்கெனவே கண்டதனை நினைவு கொண்டிடின்,

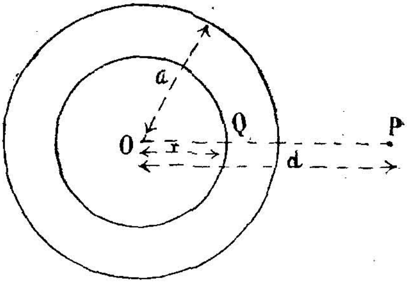
$$V = -\ G \,.\, \frac{M}{a} \text{ எனவாகும்.}$$

ஈர்ப்புப் புலச் செறிவு :

கோள ஓட்டின் வெளிப்புறப் புள்ளியொன்றில் ஈர்ப்புப் புலச் செறிவு $F = \frac{GM}{d^2}$. கோள ஓட்டின் உட்புறப் புள்ளிகளெல்லாம் ஒரே ஈர்ப்பழுத்தம் உள்ளது என்று கண்டோமாதலின், உட்புறப் புள்ளி எதிலும் ஈர்ப்புப் புலச் செறிவு $F = 0$.

திண்கோளம் (Solid Sphere) விளைவிக்கும் ஈர்ப்பழுத்தம்

a ஆரமும், ρ அடர்த்தியும் கொண்ட ஒரு திண்கோளத்தினைப் பொது மையக் கோள ஓடுகள் (concentric spherical shells) பலவாகக் கொள்ளலாம். ஒவ்வொரு கோள ஓட்டின் முழு நிறையும் அதன் மையத்தில் செறிந்திருப்பதாகக் கொள்ளலாமெனக் கண்டோம். அம் மையத்திலிருந்து d தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் (P) அவற்றினால் விளையும் ஈர்ப்பழுத்தங்களின் கூட்டுத் தொகை அப் புள்ளியில் விளைவிக்கப்பட்ட ஈர்ப்பழுத்தத்தைக் கொடுக்கும்.



படம் 6

$$\therefore\ V = -G\frac{M}{d}$$

கோளத்தினுள்ளே, அதன் மையத்திலிருந்து r தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியில் (Q) விளைவிக்கப்படும் ஈர்ப்பழுத்தத்தினைக் காணுவோம். r ஆரமாக உள்ள கோளத்தினால் விளையும் ஈர்ப்பழுத்தம்,

$$= G\,.\,\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{r}$$

$$= G\,.\,\tfrac{4}{3}\pi r^2\rho \qquad (1)$$

கோளத்தின் மிகுதிப் பகுதியினை முன்போல பொது மையக் கோள ஓடுகள் பலவாகக் கொள்ளலாம். அவ்வாறு கொண்ட ஒரு கோள ஓட்டின் ஆரம் x எனவும், தடிமன் dx எனவும் கொண்டிடின், அதனால் அதனுள் உள்ள ஒரு புள்ளியில் விளையும் ஈர்ப்பழுத்தம்

$$= G\,.\,\frac{4\pi\rho x^2\,.\,dx}{x}$$

$$= G\,.\,4\pi\rho x dx$$

அவ்வெல்லாக் கோள ஓடுகளாலும் விளையும் ஈர்ப்பழுத்தம்

$$= \int_r^a G\,.\,4\pi\rho x dx$$

$$= G \cdot 4\pi\rho \left(\frac{x^2}{2}\right)_r^a$$

$$= G \cdot 4\pi\rho \left[\frac{a^2}{2} - \frac{r^2}{2}\right] \qquad (2)$$

$$= G \cdot \tfrac{4}{3}\pi\rho \left[\frac{3a^2}{2} - \frac{3r^2}{2}\right] \qquad (3)$$

சமன்பாடுகள் (2), (3)-லிருந்து,

புள்ளி Q-ல் விளைவிக்கப்படும் மொத்த ஈர்ப்பழுத்தம்

$$V = G \cdot \tfrac{4}{3}\pi r^2\rho + G \cdot \tfrac{4}{3}\pi\rho \left[\frac{3a^2}{2} - \frac{3r^2}{2}\right]$$

$$= G \cdot \tfrac{4}{3}\pi\rho \left[r^2 + \frac{3a^2}{2} - \frac{3r^2}{2}\right]$$

$$= G \cdot \tfrac{4}{3}\pi\rho \left[\frac{3a^2 - r^2}{2}\right]$$

$$= G \cdot \tfrac{4}{3}\pi a^3\rho \left[\frac{3a^2 - r^2}{2a^3}\right]$$

$$= G \cdot M \left[\frac{3a^2 - r^2}{2a^3}\right]$$

ஈர்ப்பழுத்தம் எதிர்க்குறி (–) கொண்டதென நாம் கொண்ட மரபின்படி,

$$V = -GM\left(\frac{3a^2 - r^2}{2a^3}\right)$$

ஈர்ப்புப் புலச் செறிவு

கோளத்தின் வெளியே அதன் மையத்திலிருந்து x தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியில் ஈர்ப்புப் புலச் செறிவு,

$$F = \frac{dv}{dx}$$

$$= \frac{d}{dx}\left(-\frac{GM}{x}\right)$$

$$= G\frac{M}{x^2}$$

கோளத்தினுள்ளே அதன் மையத்திலிருந்து x தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியில் ஈர்ப்புப் புலச் செறிவு

$$F = \frac{d}{dx}\left[-GM\frac{(3a^2-x^2)}{2a^3}\right]$$

$$= \frac{GM}{a^3}x$$

ஈர்ப்பு முடுக்கமும் குத்துயரமும்

புவியினை ஒரு படித்தான கோளமெனக் கொண்டிடின், அதன் மீதுள்ள எப் பொருளின்மீதும் ஈர்ப்பு விசை செயற்படும். அவ் வீர்ப்பு விசை, புவியின் நிறை முழுதும் அதன் மையத்தில் செறிந்திருப்பது எனக் கொண்டால் எவ்வளவிருக்குமோ, அவ்வளவேயாம். அதனாலேற் படும் ஈர்ப்பு முடுக்கம் g எனின் m நிறையுள்ள ஒரு பொருண்மையின் மீது செயற்படும் ஈர்ப்பு விசை mg ஆகும். புவியின் நிறை M எனவும் அதன் ஆரம் R எனவும் கொண்டிடின்,

$$G\frac{Mm}{R^2} = mg$$

$$\therefore g = \frac{GM}{R^2} \qquad (1)$$

இவ் வீர்ப்பு முடுக்க அளவு அவ்விடத்தின் குத்துயரம், ஆழம், குறுக்குக் கோடு ஆகிய எது ஒன்று மாறினும், மாறும். புவியின் மேற்பரப்பி லிருந்து h குத்துயரத்திலுள்ள ஈர்ப்பு முடுக்கம்.

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \qquad (2)$$

சமன்பாடு (2)ஐ (1)ஆல் வகுக்க,

$$\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{2h}{R}+\frac{h^2}{R^2}}$$

புவியின் ஆரம் Rஐ நோக்கின், குத்துயரம் h மிகச் சிறியதாதலின் $\frac{h^2}{R^2}$ஐப் புறக்கணிக்கலாம்.

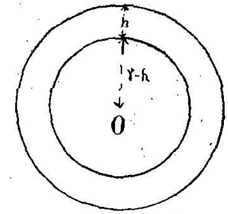
$$\therefore g' = \frac{g}{1+\frac{2h}{R}} = g\left(1+\frac{2h}{R}\right)^{-1}$$

$$\therefore g' = g\left(1-\frac{2h}{R}\right)$$ [பைனுமியல் தேற்றப்படி]

ஈர்ப்பு முடுக்கமும் ஆழமும்

ஒரு படித்தாகக் கொள்ளப்படும் புவியின் மேற்பரப்பிலிருந்து, h ஆழத்தில் m நிறையுள்ள ஒரு பொருளுள்ளதாகக் கொள்வோம். $(R-h)$ ஆரம் கொண்ட கோளம் மட்டுமே, அப் பொருளின் மீது ஈர்ப்பு விசையினைச் செயற்படச் செய்யும்.

சுற்றியுள்ள கோளத்திற்குள்ளே பொருள் இருப்பதால், அச் சுற்றியுள்ள கோளத்தினால் ஏதும் ஈர்ப்பு விசை விளையாது.



படம் 7

$$mg' = G\,\frac{\frac{4}{3}\pi(R-h)^3\,\rho\;m}{(R-h)^2}$$

$$= G\tfrac{4}{3}\pi(R-h)\,.\,\rho\,m.$$

$$\therefore\; g' = \tfrac{4}{3}\,\pi\,(R-h)\,\rho \qquad (1)$$

அப்பொருள் புவியின் மேற்பரப்பிலிருப்பின்,

$$mg = G\,.\,\tfrac{4}{3}\,\frac{\pi R^3 P}{R^2}\;m$$

$$g = \tfrac{4}{3}\,\pi\;RPG \qquad (2)$$

சமன்பாடு (1)-ஐ (2)-ஆல் வகுக்க,

$$\frac{g'}{g} = \frac{R-h}{R}$$

$$= \left(1-\frac{h}{R}\right)$$

$$\therefore\; g' = g\left(1-\frac{h}{R}\right)$$

ஆக, ஆழம் அதிகமாக, ஈர்ப்பு முடுக்கம் குறைகின்றது. புவியின் மையத்தில் $(h=R)$,

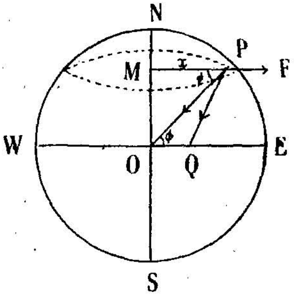
$$g' = 0$$

எனவே, புவியின் மையத்தில் ஒரு பொருளின் எடை சுழியாகும்.

ஈர்ப்பு முடுக்கமும் குறுக்குக் கோடும் (Latitude)

குறுக்குக் கோடு மாற, ஈர்ப்பு முடுக்கம் எங்ஙனம் மாறுகிறது என்பதனை இரு கூறுகளாகக் கணக்கிடலாம்.

(அ) புவியின் சுழற்சியால் ஈர்ப்பு முடுக்கத்திலேற்படும் விளைபயன்: புவியைச் சுழலியக்கமற்ற ஒருபடித் தான கோளமாகக் கொண்டிடின், அதன் மேல் எந்த ஓர் இடத்திலுமுள்ள ஒரு பொருளின் மீதும் புவி மையம் நோக்கிய ஒரே ஈர்ப்பு முடுக்கம் செயற்படும்; இடத் திற்கிடம் ஈர்ப்பு முடுக்கம் மாறாது. சுழற்சி யால் அப் பொருளின் மீது வினையும் மைய விலக்க விசையினை ஈடுசெய்ய ஈர்ப்பு விசையின் ஒரு பகுதி செலவிடப்படு கின்றது. இதனுல் ஏற்படும் கூட்டு வினை வாக ஈர்ப்பு முடுக்கம், அளவில் மட்டு மன்றித் திசையிலும் இடத்திற்கிடம் மாறு கின்றது. ஆக, வெவ்வேறு குறுக்குக் கோடுகளில் வெவ்வேறு தோற்ற ஈர்ப்பு முடுக்க அளவுகள் ஏற்படு கின்றன எனக் காணலாம்.



படம் 8

புவி முழுமைக் கோள உருவினதெனக் கொண்டு, அதன் துருவ விட்டம் NS வழியே செல்லும் வெட்டுத்தள வரைபடம் $NESW$ எனக் கொள்வோம். புவியின் ஆரம் R எனவும், அது NS-ஐச் சுழலச்சாகக் கொண்டு சுழலும் கோண வேகம் ω எனவும் கொள்வோம். புவியின் மேற்பரப்பிலுள்ள எல்லாப் புள்ளிகளும் ஒரே கோண வேகம் (ω) கொண்டவை. ஆனால், புள்ளியின் கோட்டு வேகம் (v) அப் புள்ளிக்கும் சுழலச்சுக்குமுள்ள தொலைவினைப் பொறுத்தது. E, W புள்ளிகளின் கோட்டு வேகம் $= R\omega$. x-ஐ ஆரமாகக் கொண்டு வட்டவழியில் செல்லும் புள்ளி P-ன் கோட்டு வேகம் $= x\omega$. புள்ளி P-ன் நடுவரை கடந்த கோண அளவு (latitude) θ எனக் கொள்வோம்.

$$\therefore\ PM = x = R\cos\theta$$

P-ன் கோட்டு வேகம் $= x\omega = R\cos\theta \,.\, \omega$.

புள்ளி P-ல் m நிறையுள்ள ஒரு துகளிருப்பதாகக் கொண்டிடின்,

அதன்மீது செயற்படும் மைய விலக்கு விசை $= m\dfrac{R^2\cos^2\theta\,\omega^2}{R\cos\theta}$

$$= mR\cos\theta\,\omega^2$$

படத்தில் நேர்கோடு PF இம் மைய விலக்கு விசையினை ($mR\cos\theta\,\omega^2$) அளவு, திசையிரண்டிலும் காட்டுகின்றது.

சுழலியக்கமற்ற புவியெனின் துகளின்மீது புவிமையத்தை நோக்கிச் செயற்படும் ஈர்ப்பு விசை mgஐப் படத்தில் நேர்கோடு PO அளவு, திசையிரண்டிலும் காட்டுகின்றது.

ஆக, ஒரே காலத்தில் P-ல் உள்ள துகளின் மீது PF வழியே $mR \cos\theta\, w^2$ என்ற விசையும், PO வழியே mg என்ற விசையும் செயற்படுகின்றன. இவ்விரண்டின் விளைவு விசையினைக் காண $OQ = PF$ எனக் கொண்டு ΔPOQ வரைவோம். இதில் $PO = mg$; $OQ = PF = mR \cos\theta\, w^2$. மூன்றாவது பக்கமான PQ, இவற்றின் விளைவு விசையினை அளவு திசையிரண்டிலும் காட்டும்.

$$\therefore PQ = \sqrt{PO^2 + OQ^2 - 2PO \cdot OQ \cdot \cos POQ}$$
$$= \sqrt{m^2g^2 + m^2R^2 \cos^2\theta\, w^4 - 2m \cdot g \cdot mR \cos\theta \cdot w^2 \cdot \cos\theta}$$
$$= \sqrt{m^2g^2 + m^2R^2 \cos^2\theta\, w^4 - 2m^2 g\, R \cos^2\theta\, w^2}$$

இதில் $m^2R^2 \cos^2\theta\, w^4$-ன் அளவு மிகச் சிறியதெனப் புறக்கணிக்கலாம்.

$$\therefore PQ = \sqrt{m^2g^2 - 2m^2g\, R \cos^2\theta \cdot w^2}$$
$$= \sqrt{m^2(g^2 - 2g \cdot R \cos^2\theta \cdot w^2)}$$
$$= \sqrt{m^2g^2\left(1 - \frac{2R \cos^2\theta \cdot w^2}{g}\right)}$$
$$= mg\left(1 - \frac{2R \cos^2\theta\, w^2}{g}\right)^{1/2}$$
$$= mg\left(1 - \frac{2R \cos^2\theta \cdot w^2}{2g}\right) \text{ (பைனாமியல் தேற்றப்படி)}$$
$$= mg\left(1 - \frac{Rw^2 \cos^2\theta}{g}\right)$$

நடுவரை கடந்த கோண அளவு θ உள்ள புள்ளி P-ல் இருக்கும் பொருளின் மீது செயற்படும் ஈர்ப்பு முடுக்கம் g_θ எனின்,

$$mg_\theta = mg\left(1 - \frac{Rw^2 \cos^2\theta}{g}\right)$$
$$\therefore g_\theta = g\left(1 - \frac{Rw^2 \cos^2\theta}{g}\right)$$

g_θ, gஐவிடக் குறைவாகவும், Q-வினை நோக்கியும் உள்ளது. புவியின் மையம் O-வினை நோக்கியிருக்கவில்லையெனினும், கோண வேறுபாடு ($\angle OPQ$) அல்லது திசைமாற்றம் மிகச் சிறிதேயாம்.

புவி நடுவரைக்கு, $\theta=0$ அல்லது $\cos\theta=1$

$\therefore$ நேர்குத்து முடுக்கம் $= rw^2$.

இதுவே, நேர்குத்து முடுக்கத்தின் பெருமமாகும். ஆக, புவி நடுவரையில் தோற்ற ஈர்ப்பு முடுக்கம் சிறுமமாகும்.

துருவங்களில் $\theta=90°$ அல்லது $\cos 90°=0$.

$\therefore$ நேர்குத்து முடுக்கம் சிறுமம்; ஆக, துருவங்களில் தோற்ற ஈர்ப்பு முடுக்கம் பெருமமாகும். இக் கொள்கையின்வழி கணக்கிட்டுக் காணும் ஈர்ப்பு முடுக்க அளவும், ஆய்வு முறையில் காணும் அளவும் சிறிது வேறுபடுகின்றன. ஏனெனில், புவி ஒரு முழுமைக் கோளமன்று; ஒருபடித்தானதுமன்று.

(ஆ) புவி நடுவரையின் புடைப்பின் விளைபயன்

புவி முழுமைக் கோளமாக இல்லாமல் துருவங்களில் சிறிது தட்டையாகவும், புவி நடுவரையில் புடைத்துமிருக்கின்றது. நடுவரையின் மேலுள்ள பொருள்கள் புவி மையத்திலிருந்து அதிகத் தொலைவிலும், துருவப் பகுதியிலுள்ள பொருள்கள் புவி மையத்தினின்று சிறிது குறைந்த தொலைவிலும் உள்ளன. ஆக, முன்னர்க் கூறப்பட்ட பொருள்கள் மீது குறைவான ஈர்ப்பு விசையும் பின்னர்க் கூறப்பட்ட பொருள்கள் மீது மிகுதியான ஈர்ப்பு விசையும் செயற்படுகின்றது.

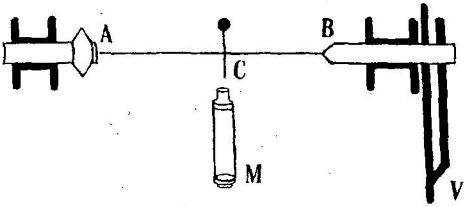
வெவ்வேறு இடங்களில் உள்ள ஈர்ப்பு முடுக்க அளவுகளை ஒப்பிடல்—ஈர்ப்புத் தராசு

இடம் மாற, ஈர்ப்பு முடுக்கமும் மாறும் என்று மேலே கண்டோம். மாறுபடும் ஈர்ப்பு முடுக்கங்களை ஒப்பிடப் பயன்படும் ஈர்ப்புத் தராசினைக் காண்போம்.

ஓரிடத்தில் ஒரு பொருளின் எடை, அவ்விடத்தின் ஈர்ப்பு முடுக்கத்தைப் பொறுத்ததென அறிவோம். அதனால், வில் விசைத்தராசு (Spring balance) கொண்டு இடம் மாற, தானும் மாறும் ஈர்ப்பு முடுக்கத்தினை அளவிடலாம். ஆயின், அக் கருவியின் பதிவீட்டு நுட்பம் குறைவு. திரல்ஃபால் (Threlfall), போலாக் (Pollock) இருவரும் 1899ஆம் ஆண்டு மேற்கண்ட குறை நீக்கிப் பதிவீட்டு நுட்பம் மிகுந்ததோர் ஈர்ப்புத் தராசினைக் கண்டனர்.

குவார்ட்சு இழை ஒன்று AB-க்கிடையே தொய்வின்றி இழுத்துப் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. A-ல் உள்ள முனை அசையாமலும் B-ல் உள்ள முனை திருப்பப்படக்கூடிய ஓர் அச்சிலும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. C

எனும் ஒரு சிறிய தண்டு படத்தில் காட்டியுள்ளபடி அவ் விழையில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. C-ன் ஈர்ப்பு மையம் இழையின் ஒரு பக்கத்தில் உள்ளது.



படம் 9

B-யினைத் திருப்பி C-யினைக் கிடைமட்டத்திற்குக் கொண்டுவரலாம். இதில் உதவ நுண்ணோக்கி (M) ஒன்று உள்ளது. வர்னியர் (V) கொண்ட வட்ட அளவுகோல் ஒன்று B-யின் நிலையறிய அமைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் காட்சிப் பதிவினைக் குறிக்கவேண்டும். இக் கருவி பதிவீட்டு நுட்பம் மிகுந்ததாதலின் V சிறிதளவே திருப்பப்பட்டாலும் C முற்றும் திரும்பிச் செங்குத்து நிலையினைப் பெறும். அதனைத் தடுக்கத் தடையொன்று பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

ஈர்ப்பு முடுக்கம் தெரிந்த இரு வேறு இடங்களின் காட்சிப் பதிவுகளைக் கொண்டு இவ் ஆய் கருவியினை அளவீடு செய்யலாம்.

வட்ட அளவுகோல் நேரே ஈர்ப்பு முடுக்கத்தினைக் கொடுக்கக்கூடிய முறையில் அளவுக் குறியீடு செய்யப்பட்டுள்ளது.

ஓரிடத்தில் C-யினைக் கிடைமட்டத்திலிறுத்தி, காட்சிப் பதிவினைக் கண்டு, பிறிதோரிடத்திற்கு எடுத்துச் சென்றால், C செங்குத்து நிலைக்குச் செல்லும். B-யினைத் திருப்பி, C-யினை மீண்டும் கிடைமட்டத்திற்குக் கொண்டுவரல் வேண்டும். இப்பொழுதுள்ள காட்சிப் பதிவிற்கும், முன்கண்ட காட்சிப் பதிவிற்குமுள்ள வேறுபாடு, நேரே ஈர்ப்பு முடுக்க மாற்றத்தினைக் கொடுக்கும்.

மாதிரிக் கணக்குகள்

1. புவியின் ஆரம் $6{\cdot}4\times10^{8}$ செ.மீ. எனவும், சராசரி அடர்த்தி $5{\cdot}5$ கிராம்/க.செ.மீ. எனவும், ஈர்ப்பு மாறிலி $6{\cdot}7\times10^{-8}$ எனவும் கொண்டு புவியின்மேல் செயற்படும் ஈர்ப்பு முடுக்கத்தினைக் காண்க.

புவியின் கனஅளவு $= \frac{4}{3}\pi(6{\cdot}4\times10^{8})^{3}$ க.செ.மீ.

$\therefore$ புவியின் நிறை $= \frac{4}{3}\pi(6{\cdot}4\times10^{8})^{3}\times5{\cdot}5$ கிராம்

புவியின் மேலுள்ள m கிராம் நிறைகொண்ட ஒரு பொருளின்மீது, புவிமையம் நோக்கி செயற்படும் விசை

$$= G\frac{m\times\frac{4}{3}\pi(6\cdot4\times10^8)^3\times5\cdot5}{(6\cdot4\times10^8)^2}$$

$$= \frac{6\cdot7\times10^{-8}\times m\times4\pi(6\cdot4\times10^8)^3\times5\cdot5}{3\times(6\cdot4\times10^8)^2}$$

$$= \tfrac{4}{3}m\pi\times6\cdot4\times5\cdot5\times6\cdot7 \text{ டைன்கள்}$$

ஆயின் பொருளின்மீது புவிநோக்கிச் செயற்படும் விசை

= பொருளின் எடை

$= mg$

$$\therefore\ mg = \tfrac{4}{3}m\pi\times6\cdot4\times5\cdot5\times6\cdot7$$

ஆக, $g = \frac{4}{3}\pi\times6\cdot4\times5\cdot5\times6\cdot7$

$= 988\cdot3$ செ.மீ./விநுடி^{2}.

2. 20 கி. கிராம் நிறையுள்ள ஒரு கோளப் பொருளை 150 கி.கிராம் நிறையுள்ள மற்றொரு கோளம் 0·25 மில்லி கிராம் எடைக்குச் சமனான விசைகொண்டு ஈர்க்கின்றது. பொருள்களுக்கிடையேயுள்ள தொலைவு 30 செ.மீ. எனின், புவியின் நிறை, அடர்த்தி இரண்டினையும் காண். (புவியின் ஆரம் $=6\times10^8$ செ.மீ. எனக் கொள்க).

ஈர்ப்பு விதிப்படி கோளங்களிடையே செயற்படும் விசை $G=\frac{m_1 m_2}{d^2}$

$$= G\,.\,\frac{20{,}000\times150{,}000}{30^2} \text{ டைன்கள்}$$

கணக்கில் கொடுத்துள்ளபடி

இவ்விசை $= 0\cdot25\times0\cdot001\times g$.

$$\therefore\ 0\cdot25\times0\cdot001\times g = G\frac{30\times10^8}{30^2}$$

$$= G\,.\,\frac{10^7}{3}$$

$$\therefore\ G = \frac{0\cdot25\times0\cdot001\times g\times3}{10^7}$$

$$= 75\times10^{-11}\,g.$$

புவியின் நிறை M எனின்,

அதன் மீதுள்ள 1 கிராமின் மீது செயற்படும் விசை

$$= G\,.\,\frac{M}{r^2} = g$$

$$\therefore \quad M = \frac{g \cdot R^2}{G}$$

$$= \frac{g\,(6\times10^8)^2}{75\times10^{-11}\,g}$$

$$= 4{\cdot}8\times10^{27} \text{ கிராம்.}$$

$$\text{புவியின் அடர்த்தி} = \frac{\text{நிறை}}{\text{கனஅளவு}}$$

$$= \frac{4{\cdot}8\times10^{27}}{\frac{4}{3}\pi\,(6\times10^8)^3}$$

$$= 5{\cdot}30 \text{ கிராம். செ.மீ.}^{-3}$$

3. சூரியன் புவியிலிருந்து $1{\cdot}49\times10^{13}$ செ.மீ. தொலைவிலுள்ளதாகவும், ஈர்ப்பு மாறிலி $G=6{\cdot}66\times10^{-8}$ C.G.S. அலகுகள் எனவும் கொண்டு, சூரியனின் நிறையைக் காண்க. (1 ஆண்டு = 365 நாள்கள் எனக் கொள்ளவும்.)

சூரியனின் நிறை M கிராம் எனவும், புவியின் நிறை m கிராம் எனவும் கொள்வோம்.

இரண்டுக்கும் இடைத் தொலைவு $R = 1{\cdot}49\times10^{13}$ செ.மீ.

சூரியனைச் சுற்றிவரப் புவி எடுத்துக்கொள்ளும் காலம்

= 365 நாள்கள்.

= $365\times24\times60\times60$ விநாடிகள்

சூரியனுக்கும் புவிக்குமிடையேயுள்ள ஈர்ப்பு விசை

$$= G \cdot \frac{Mm}{R^2}$$

$$= 6{\cdot}66\times10^{-8}\,\frac{Mm}{(1{\cdot}49\times10^{13})^2} \text{ டைன்கள்}$$

புவி தன் சுழல்வழியே செல்வதால் விளையும் மைய நாடு விசை (centripetal force) $= m\frac{v^2}{R}$ சுழற்சியொன்றுக்கு, அதாவது 365 நாள்களில் புவி செல்லும் தொலைவு $= 2\pi R$

$= 2\pi\times1{\cdot}49\times10^{13}$ செ.மீ.

$$\therefore \text{ கோட்டு வேகம்} \quad v = \frac{2\pi\times1{\cdot}49\times10^{13}}{365\times24\times60\times60} \text{ செ.மீ./விநாடி}$$

$$\text{ஆக மையநாடு விசை} = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$= m\left(\frac{2\pi\times1{\cdot}49\times10^{13}}{365\times24\times60\times60}\right)^2\times\frac{1}{1{\cdot}49\times10^{13}}$$

இவ்விசையும், சூரியன் புவிக்கிடையேயுள்ள ஈர்ப்பு விசையும் சமனாகுமாதலின்,

$$\frac{m \times M \times 6{\cdot}66 \times 10^{-8}}{(1{\cdot}49 \times 10^{13})^2} = m\,\frac{4\pi^2 \times 1{\cdot}49 \times 10^{13}}{(365 \times 24 \times 60 \times 60)^2}$$

$$\therefore\ M = \frac{4\pi^2 \times 1{\cdot}49 \times 10^{13}}{(365 \times 24 \times 60 \times 60)^2} \times \frac{(1{\cdot}49 \times 10^{13})^2}{6{\cdot}66 \times 10^{-8}}$$

$$= 19{\cdot}72 \times 10^{34} \text{ கிராம்}$$

4. ஈர்ப்பு மாறிலி $G = 6{\cdot}66 \times 10^{-8}$ C.G.S. அலகுகள். ஈர்ப்பு முடுக்கம் $g = 980$ செ.மீ./விநாடி^{2}, புவியின் ஆரம் $R = 6{\cdot}4 \times 10^8$ செ.மீ. எனக்கொண்டு, புவியின் சராசரி அடர்த்தியினைக் கணக்கிடவும். புவியின் நிறை M எனின்,

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

$$= G \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R^2} \qquad (\rho = \text{புவி அடர்த்தி})$$

$$= \tfrac{4}{3}\, G \pi R \rho$$

$$\therefore\ 980 = \tfrac{4}{3} \times 6{\cdot}66 \times 10^{-8} \times \pi \times 6{\cdot}4 \times 10^8 \times \rho$$

ஆக, $\rho = 5{\cdot}488$ கிராம்/க.செ.மீ.

5. ஜுபிடரின் (Jupiter) துணைக்கோள் (satellite) ஒன்று $1{\cdot}16 \times 10^6$ மைல் ஆரமுடைய (R) வட்டவழியே ஒரு முறை சுற்றிவர 16·6 நாள்கள் ஆகின்றன. $G = 6{\cdot}66 \times 10^{-8}$ C.G.S. அலகுகள் எனக் கொண்டு ஜுபிடரின் நிறையினைக் காண்க.

ஜுபிடரின் நிறை M என்போம். அது துணைக்கோள்மீது விளைவிக்கும் ஈர்ப்பு முடுக்கம் $= G\,\dfrac{M}{R^2}$

துணைக்கோளின் கோட்டு வேகம் v எனின், அதன்மீது செயற்படும் செங்குத்து முடுக்கம் $= \dfrac{v^2}{R}$

$$\therefore\ G\,\frac{M}{R^2} = \frac{v^2}{R} \text{ அல்லது } M = \frac{v^2 R}{G}$$

வட்டவழியின் சுற்றளவு $= 2\pi R$

$$= 2\pi \times 1{\cdot}16 \times 10^6 \times 5280 \times 12 \times 2{\cdot}54 \text{ செ.மீ.}$$

இத் தொலைவினைக் கடக்க ஆகும் நேரம்

$$= 16{\cdot}6 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ விநாடிகள்.}$$

ஆக, துணைக்கோளின் கோட்டுவேகம்

$$v = \frac{2\pi \times 1{\cdot}16 \times 10^6 \times 5280 \times 12 \times 2{\cdot}54}{16{\cdot}6 \times 24 \times 60 \times 60} \text{ செ.மீ./விநாடி}$$

$$M = \frac{v^2 R}{G}$$

$$= \frac{(2\pi \times 1{\cdot}16 \times 10^6 \times 5280 \times 12 \times 2{\cdot}54)^2 \times 1{\cdot}16 \times 10^6 \times 5280 \times 12 \times 2{\cdot}54}{(16{\cdot}6 \times 24 \times 60 \times 60)^2 \times 6{\cdot}66 \times 10^{-8}}$$

$$= 1{\cdot}874 \times 10^{30} \text{ கிராம்.}$$

6. புவியின் ஈர்ப்பிலிருந்து ஒரு பொருள் விடுபட்டுச் செல்ல, அதற்குக் கொடுக்கப்படவேண்டிய சிறும வேகத்தினைக் கணக்கிடுக. (புவியின் ஆரம் $R = 6{\cdot}4 \times 10^8$ செ.மீ. ஈர்ப்பு முடுக்கம் $g = 980$ செ.மீ./விநாடி^{2}.) பொருளின் நிறை m எனவும், புவியின் நிறை M எனவும் கொள்வோம்.

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

பொருளுக்குக் கொடுக்கப்பட வேண்டிய சிறும வேகம் v எனின், அவ் வேகத்தில் அதன் இயக்க ஆற்றல் $= \frac{1}{2} mv^2$. இவ்வாற்றலைக் கொடுக்கச் செய்யப்படும் வேலை

$$= \int_R^\infty G\frac{Mm}{R^2}\,dR$$

$$\therefore \frac{1}{2} mv^2 = \int_R^\infty G\frac{Mm}{R^2}\,dR$$

$$v^2 = 2\,GM \int_R^\infty \frac{1}{R^2}\,dR$$

$$= 2\,GM\left[-\frac{1}{R}\right]_R^\infty$$

$$= 2\,\frac{GM}{R}$$

$$= 2 \cdot \frac{GM}{R^2} \times R$$

$$= 2\,gR$$

$$\therefore\ v = \sqrt{2gR}$$

$$= \sqrt{2 \times 980 \times 6{\cdot}4 \times 10^8}$$

$$= 1{\cdot}12 \times 10^6 \text{ செ.மீ./விநாடி.}$$

7. புவியினை ஒருபடித்தான கோளமாகக் கொண்டு அதன் மைய வழியே செல்லும் சுருங்கையில் (tunnel) விடப்பட்ட ஒரு பொருள் சீரிசை இயக்கம் கொள்ளும் எனக் காட்டுக. அலைவு நேரம் எவ்வளவு எனவும் கணக்கிடுக.

புவியின் ஆரம் R எனவும், நிறை M எனவும், ஈர்ப்பு மாறிலி G எனவும் கொள்வோம். பொருள், புவி மையத்திலிருந்து தொலைவு x-ல் இருக்கும்போது,

$$\text{அதன் முடுக்கம் } a = \frac{G.\ M.\ \frac{x^3}{R^3}}{x^2}$$

$$= \frac{Gmx}{R^3}$$

இதில், G, M, R மூன்றும் மாறிலிகளாதலின்,

$$a \propto x$$

அதாவது, முடுக்கம் $\propto$ பெயர்ச்சி.

இதனின்றும், அப் பொருள் சீரிசை இயக்கம் கொள்ளுமெனக் காணலாம்.

சீரிசை இயக்க அலைவு நேரம்

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{முடுக்கம்/பெயர்ச்சி}}}$$

$$= \frac{2\pi}{\sqrt{GM/R^3}}$$

வினாக்கள்

1. கெப்ளரின் முதல், இரண்டாம் கோளியக்க விதிகளைக் கூறுக. அவற்றினின்றும் நியூட்டனின் ஈர்ப்பு விதியினைப் பெறுக. கெப்ளரின் மூன்றும் விதியினை இதனின்றும் பெறலாம் எனக் காட்டுக.
2. ஈர்ப்பு மாறிலியை வரையறு. அதன் பரிமாணங்கள் யாவை! பாய்ஸ் முறையில் எங்ஙனம் ஈர்ப்பு மாறிலியினையும், புவியின் சராசரி அடர்த்தியினையும் காணலாம் என விவரி. அதில் பயன்படுத்தப்படும் கொள்கையினைத் தரவும்.
3. பாய்ஸ் முறை, காவண்டிஷ் முறை இரண்டினையும் விளக்கி, ஒப்பிடுக.
4. பாய்ஸ் முறை, பாய்ன்டிங் முறை இரண்டினையும் பயன் படுத்தி, புவிமீதும், சுரங்கத்தினுள்ளும் G காணின் அவற் றின் மதிப்பு எங்ஙனம் வேறுபடும் எனக் காண்க.
5. பாய்ன்டிங் முறை G காணுதலை விளக்கி, அதனையும் மற்ற முறைகளையும் ஒப்பிடுக.
6. ஈர்ப்புப் புலம், ஈர்ப்பழுத்தம் இவற்றினை விளக்குக. கோள ஓடொன்றின் (அ) உள்ளே, (ஆ) வெளியே, (இ) மேல் இருக்கும் ஒரு புள்ளியில் விளைவிக்கப்படும் ஈர்ப்பழுத்தங் களைக் கணக்கிடுக.
7. ஈர்ப்புப் புலச் செறிவு—வரையறுக்கவும். திண்கோளமொன்று விளைவிக்கும் ஈர்ப்பழுத்தத்தினைக் கணக்கிடுக.
8. ஈர்ப்பு முடுக்கம்—விளக்குக. குத்துயரம், ஆழம், குறுக்குக் கோடு இவை ஒவ்வொன்றும் மாற, ஈர்ப்பு முடுக்கம் மாறும் விதத்தினைக் காணவும்.
9. குறிப்பெழுதுக:
   (அ) சூரியனின் நிறை காணல்.
   (ஆ) முறுக்குத் தராசு.
10. புவி சூரியனையும், மதி புவியினையும் சுற்றிவர ஆகும் சுழற் காலங்கள் முறையே 365, 27 நாள்கள் எனவும், புவி, மதி இவற்றின் சுழல் வழி ஆரங்கள் முறையே 92×10^6, 24×10^4 மைல்கள் எனவும் கொண்டு, சூரியன், புவி இவற்றின் நிறை களை ஒப்பிடுக.
11. 1000 கி. கிராம் நிறையுடைய ஒரு கோளத்திலிருந்து குத்துயரம் 15 செ.மீ.-ல் 100 கிராம் நிறையுடைய ஒரு கோள மிருக்கின்றது. $G=6{\cdot}66\times10^{-8}$ C. G. S. அலகுகள், $g=978$ செ.மீ./விநாடி^{2} எனக் கொண்டு, சிறிய கோளத்தின் எடை யைக் கணக்கிடுக.

12. 10 கிராம்/க.செ.மீ. அடர்த்தியுள்ள ஒரு கோளினைச் சுற்றி வரும் துணைக்கோளின் சுழல்வழி ஆரம், அக் கோளின் ஆரத்தினைவிடச் சற்றே அதிகம் எனக்கொண்டு, துணைக்கோளின் சுழற்காலத்தினைக் கணக்கிடுக.
($G = 6{\cdot}66 \times 10^{-8}$ C. G. S. அலகுகள்.)

13. புவியின் ஆரம் $6{\cdot}37 \times 10^{8}$ செ.மீ. எனவும், சராசரி அடர்த்தி 5·5 கிராம்/க.செ.மீ. எனவும், $G = 6{\cdot}66 \times 10^{-8}$ C.G.S. அலகுகள் எனவும் கொண்டு புவியின் மேற்பரப்பில் விளையும் ஈர்ப்பழுத்தத்தினைக் கணக்கிடுக.

14. புவியின் ஈர்ப்பிலிருந்து ஒரு பொருள் விடுபட்டுச் செல்ல, அதற்குக் கொடுக்கப்படவேண்டிய சிறும வேகம்
$v = R\sqrt{\dfrac{8\pi G\rho}{3}}$ எனக் காட்டுக. இதில் $R =$ புவியின் ஆரம்; $\rho =$ புவியின் அடர்த்தி; $G =$ ஈர்ப்பு மாறிலி.

15. இடம் மாற, ஒரு பொருளின் எடை மாறுவது புவியின் சுழற்சியால் மட்டுமே என்று கொண்டு, ஒரு கிராமின் எடையினைப் புவிமையக் கோட்டிலும் துருவத்திலும் காணின், எவ்வளவு மாறுபடும்?

2. மீட்சியல்

(Elasticity)

ஒரு பொருளின் மீது விசைகள் செயற்படும்போது, அப் பொருளின் பல பகுதிகளுக்குள் ஒப்பு இயக்கம் (relative motion) ஏற்பட ஏதுவாகும். அதனால் அப் பொருளில் உருவ மாற்றம் விளையும் அல்லது பருமன் மாறும். இவற்றினை விளைவிக்கும் விசைகளையகற்றிய பின் பொருள்கள் இயங்கும் முறையினைக் கொண்டு அவற்றினை வகைப் படுத்தலாம்.

மாற்றப்பட்ட உருவமோ, பருமனோ நிலையானால் அப் பொருள் பிளாஸ்டிக் (plastic) எனப்படும். அன்றித் தொடக்க உருவம், பருமன் முதலியவற்றினை மீண்டும் பெறின் அப் பொருள் மீட்சியல் வாய்ந்தது எனப்படும். மீட்சியல் எனும் இச் சொல்லினை முதன் முதல் கி. பி. 1660ஆம் ஆண்டு ராபர்ட் பாயில் (Robert Boyle) என்பார் பயன்படுத்தினார்.

திரிபு (Strain)

மீட்சியல் வாய்ந்ததொரு பொருளில் விசைகள் செயற்பட எல்லாத் திசைகளிலும் ஒரே சீரான பருமக் குறைவு விளையலாம். இப் பருமக் குறைவு திட, திரவ, வாயு ஆகிய மூவகைப் பொருள்களிலும் விளையக் கூடும். நீளமாற்றம் திடப் பொருளில் மட்டுமே விளைய முடியும். மாற்றம் எவ்வகைத்தாயினும் பொருளில் விளைந்த அளவு மாற்றத் திற்கும், அதன் தொடக்க அளவிற்கும் உள்ள தகவு அப் பொருளின் திரிபு என வரையறுக்கப்படும்.

அதன்படி திரிபு நீளத்திலேற்படின் அது நீட்சித் திரிபு எனப்படும். ஒரு கம்பியின் தொடக்க நீளம் L எனவும், நீளமாற்றம் l எனவும் கொண்டிடின்,

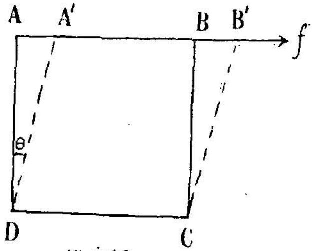
$$\text{நீட்சித் திரிபு} = \frac{l}{L}$$

அதே போன்று ஒரு பொருளின் தொடக்கப் பருமன் V எனவும் பரும மாற்றம் v எனவும் கொண்டிடின்,

$$\text{பருமத் திரிபு} = \frac{v}{V}$$

ஒரு பொருளில் பல்வேறு அடுக்குகளிடையே ஒப்பியக்கம் விளையும் வகையில் அதன்மீது விசைகள் செயற்படும்போது, அதன் உருவம் மாறுகின்றது.

$ABCD$ எனும் கன சதுரத்தின் ஒரு பக்கம் CD ஒரு தளத்துடன் அசையா திணைக்கப்பட்டது. மேற்பக்கம் AB-ல் தொடுவியல் விசை f செயற்படுகிறது. அதனால் அக் கனசதுரம் $A'B'CD$ எனும் புதிய நிலைக்கு உருவமாற்றம் செய்யப்படுகின்றது. AD அல்லது BC திருப்பப்படும் கோண அளவு θ, சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு (shearing strain) எனப்படும்.



படம் 10

தகைவு (Stress)

திரிபினை விளைவிக்கும் விசை ஒரு குறித்த பரப்பின் வழியே செயற்படுகிறது. ஓரலகு பரப்பளவின் வழியே செயற்படும் விசை தகைவு எனப்படும். செயற்படும் விசை f எனவும், அது செயற்படும் பரப்பளவு a எனவும் கொண்டிடின்,

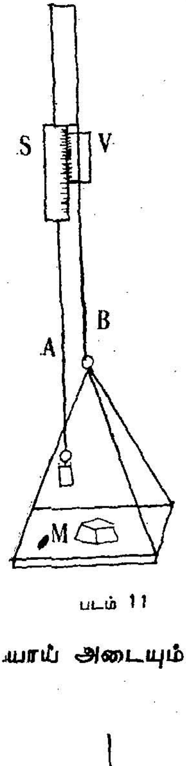
$$\text{தகைவு} = \frac{f}{a}$$

இதன் பரிமாணம் : $ML^{-1}T^{-2}$

ஒரு பொருள் முழு மீட்சியல் தன்மை வாய்ந்ததெனின், அதில் (அ) ஒரு குறிப்பிட்ட தகைவு எப்பொழுதும் ஒரே திரிபினையே விளைவிக்கும். (ஆ) ஒரு குறிப்பிட்ட தகைவு நீடித்துச் செயற்பட்டால் விளையும் திரிபு சீராகவிருக்கும். (இ) தகைவினை நீக்கிடின், திரிபும் முழுமையாக நீங்கிவிடும். ஹூக் விதி திரிபு சிறிதளவேயிருக்க, திரிபும் அது விளைவிக்கும் தகைவும் நேர்விகிதத்திலிருக்கும். இது ஹூக் விதி எனப்படும்.

வளரும் விசையொன்று கொண்டு நீட்டப்படும் ஒரு கம்பி எங்ஙனம் மீட்சியற் தன்மையில் மாறுபடுகின்றதெனக் காண்போம். படத்தில் காட்டியபடி நீண்ட செப்புக் கம்பியொன்றினை (A) உச்சியில் முடுக்கிப்

பொருத்தி, அது சுருளாமலிருக்கக் கீழ்முனையில் ஓர் எடை தொங்க விடப்பட்டுள்ளது. அதன் கீழ்ப்பகுதியில் ஓர் அளவுகோல் (*S*) பொருத்தப்பட்டுள்ளது. நமது ஆய்வுக்குரிய கம்பி *B* முன்னதற்கு இணையாகத் தொங்குகின்றது. அதன் கீழ்முனையில் ஓர் எடை தாங்கி இணைக்கப்பட்டுள்ளது. *A*-ன் அளவுகோலுடன் பொருந்தும்படி *B*-ல் ஒரு வர்னியர் (*V*) இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

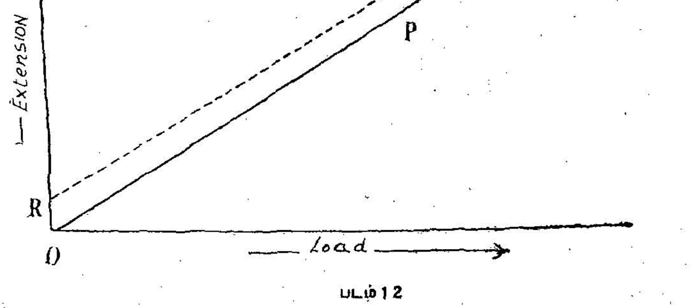


படம் 11

எடைதாங்கியில் படிப்படியாக எடைகளை ஏற்றி, மேலேயுள்ள வர்னியர் உதவி கொண்டு காட்சிப் பதிவுகளைக் குறித்துக்கொள்ளல் வேண்டும். அடுத்தடுத்த காட்சிப் பதிவுகளுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாடுகள்தாம் நீட்சிகளாகும்.

எடைகளையும், அவற்றால் விளையும் நீட்சிகளையும் அட்டவணைப்படுத்தி, அவற்றிற்கிடையே ஓர் வரைபடம் வரையின் அது படம் 12 போலிருக்கும்.

வரைபடத்தின் பகுதி *OP* நேர்கோடாயிருப்பதால் அதன் எல்லைக்குள், எடையும் அது விளைவிக்கும் நீட்சியும் நேர்விகிதத்தில் உள்ளதெனக் காணலாம். இவ் வெல்லைக்குள் எப் புள்ளியிலும் எடையினை அகற்றிடின் கம்பி தன் தொடக்க நிலையினை முழுமையாய் அடையும். அதனால் அக் கம்பி இவ் வெல்லைக்குள் முழு மீட்சித்



படம் 12

தன்மை வாய்ந்ததெனப்படுகின்றது. இவ் வெல்லை மீட்சியல் எல்லை (elastic limit) எனப்படும்.

பகுதி *POB* நோக்கிடின், ஒரு சிறு எடையேற்றமே பெரியதொரு நீட்சியினை விளைவிக்கின்றதெனக் காணலாம். இப் பகுதியில், எப் புள்ளியிலும் எடையினை அகற்றிடின், கம்பி தன் தொடக்க நிலையினை அடைய முடியாமல் *R* காட்டும் நிலையினையடையும். நீட்சி *OR* நிலையானதாகி விட்டது; கம்பி புயனெழுநிலை (permanent set) பெற்றதாகக் கூறப்படும். கம்பியின் நீட்சி (elongation) புள்ளி *P* வரை ஹூக் விதியை அனுசரித்துள்ளது. *P*-க்கப்பால் ஹூக் விதிக்குட்பட்டுக் கம்பி இயங்கவில்லை. ஆகவே, மேற்கண்ட புள்ளி அக் கம்பியின் மீட்சியல் எல்லை எனப்படும்.

P-க்கப்பால் வளைகோடாக மாறிய வரைபடத்தில் *Q*-வில் திசைத் திருப்பம் விளைகின்றது. *S*-க்கப்பால், மேலும் எடையேற்றம் ஏதுமில்லையெனினும் கம்பி தானுக நீண்டு, இருக்கும் எடையினைக்கூட தாங்கவியலாத நிலையினையடைந்து அறுபட்டுவிடும். ஆகவே, *S*-க்கு இளகு நிலைப் புள்ளி (yield point) என்று பெயர். நீளம் அதிகமாக அதிகமாக, கம்பியின் குறுக்குப் பரப்பளவு குறைந்துகொண்டே வருகின்றது. இது எல்லாவிடங்களிலும் ஒரே சீராக இல்லாமல் சிலவிடங்களில் மிகுந்தும், சிலவிடங்களில் குறைந்துமிருக்கும். குறுக்குப் பரப்பளவு வெகுவாகக் குறைந்த இடங்களில் தகைவு மிக அதிகமாகும்; அவ்விடங்களிலொன்றில் கம்பி முறிபடும். அங்ஙனம் முறிபடும் புள்ளி, முறி புள்ளி (breaking point) எனப்படும்.

மீட்சிப் பின்விளைவு (Elastic after effect)

மீட்சியெல்லையினைக் கடக்காத வகையில் ஒரு குவார்ட்சு (quartz) இழையினை முறுக்கி, பின் முறுக்கும் விசையினை அகற்றிடின், உடனே அவ் விழை தனது தொடக்க நிலையினையடையும். ஆனால், கண்ணுடி போன்ற மற்ற பொருள்களிலோவெனின் முறுக்கும் விசை அகற்றப்பட்ட பின்னும், காலங்கடந்தே அவை தொடக்க நிலையினையடையும். தொடக்க நிலையினையடைய ஏற்படும் இக் காலதாமதம் மீட்சிப் பின் விளைவு எனப்படும். முதலில் விளைவிக்கப்பட்ட முறுக்கும், விசை செயற்பட்ட காலமும் அதிகமெனின் செயற்பட்ட மீட்சிப் பின்விளைவும் அதிகமாகும். மீட்சிப் பின்விளைவால் ஒரு பொருளில் விளையும் திரிபு அதனை விளைவிக்கும் தகைவுக்குப் பின்தங்கி விளையும். இது மீட்சித் தயக்கம் (elastic hysteresis) எனப்படும்.

மீட்சிக் களைப்பு (Elastic fatigue)

கெல்வின் கோமகனுர் (Lord Kelvin) முறுக்கு ஊசல் (torsion pendulum) ஒன்றினை அலையவிட்டு, அது சமநிலைக்கு வந்து நிற்க

ஆகும் காலத்தினைக் கணக்கிட்டார். அதனையே பல நாள்கள் அலைய விட்டு, நிறுத்தி, பிறகு மீண்டும் அலையவிட்டு, அது சமநிலைக்கு வந்து நிற்க ஆகும் காலத்தினையும் கணக்கிட்டார். பின்னர்க் கணக்கிட்ட காலம் முன்னதைவிட வெகுவாகக் குறையக் கண்டார். தொடர்ந்து பல நாள்கள் ஊசலாடியதால் அம் முறுக்கு ஊசல் களைப்படைந்து, நீண்டநேரம் அலையமுடியாமல் விரைவிலேயே சமநிலைக்கு வந்ததெனக் கண்ட கெல்வின், இவ் வினைப்பயனை 'மீட்சிக் களைப்பு' எனப் பெயரிட்டார். அதே ஊசலுக்குச் சில நாள்கள் ஓய்வு கொடுப்பின், அது தனது தொடக்கநிலையினைப் பெற்றுவிடுமெனவும் கண்டார்.

ஹூக் விதி (Hook's law)

மீட்சியெல்லைக்குள், திரிபும் அதனை விளைவிக்கும் தகைவும் நேர் விகிதத்திலுள்ளன. மீட்சியலின் இவ் வடிப்படைக் கொள்கையினை ராபர்ட் ஹூக் (Robert Hooke) என்பார் 1679ஆம் ஆண்டு கண்டார். அவர் பெயரால் இது ஹூக் விதி எனப்படுகின்றது.

இதை எளிதில் மெய்ப்பித்துக் காட்டலாம். சுருள்வில் ஒன்றிலிருந்து தெரிந்த எடைகளைத் தொங்கவிட்டு அவற்றால் விளையும் நீட்சிகளைக் கணக்கிடவேண்டும். எடை நீட்சி வரைபடம் ஒரு நேர்கோடாக அமையும். அதனின்று ஹூக் விதி சரியென அறியலாம்.

விசை கொண்டு ஒரு கம்பியினை நீட்டும்போது அதன் மீட்சியல் தன்மை எங்ஙனம் வேறுபடுகின்றதென முன்னம் ஆய்ந்தபோது (படம் 12) பகுதி OP நேர்கோடாகவிருப்பதால், அதன் எல்லைக்குள், எடையும், அது விளைவிக்கும் நீட்சியும் நேர்விகிதத்தில் உள்ளனவெனக் கண்டோம். அதுவும் ஹூக் விதியினை மெய்ப்பித்துக் காட்டியதாகக் கொள்ளலாம்.

ஆகவே, ஹூக் விதிப்படி தகைவு (stress) $\propto$ திரிபு (strain) அல்லது

$$\frac{\text{தகைவு}}{\text{திரிபு}} = \text{மாறிலி}$$

இம் மாறிலி, பொருளின் **மீட்சியல் குணகம்** (modulus of elasticity) எனப்படும்.

$$\text{மீட்சியல் குணகம்} = \frac{\text{தகைவு}}{\text{திரிபு}}$$

$$= \frac{f/a}{dx/x}. \text{ இதில்}$$

f - செயற்படும் விசை

a - விசை செயற்படும் பரப்பளவு

x - கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ளும் பரிமாணம்

dx - விசையினால் விளையும் பரிமாண மாற்றம்

மீட்சியல் குணகத்தின் பரிமாணங்களாவன : $ML^{-1}T^{-2}$

கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ளப்படும் பரிமாணத்தினை அடிப்படையாகக் கொண்டு, மீட்சியல் குணகம் மூவகைப்படும் எனக் காணலாம். அவையாவன :

(i) யங் குணகம் (Young's modulus)

நீட்சித் தகைவுக்கும் நீட்சித் திரிபிற்கும் உள்ள தகவு யங் குணகம் எனப்படும்.

$$\text{யங் குணகம்} = \frac{\text{நீட்சித் தகைவு}}{\text{நீட்சித் திரிபு}}$$

பரப்பளவு a-ன் மீது விசை f செயற்பட்டு, தொடக்க நீளம் L உள்ள ஒரு கம்பியில் நீட்சி lஐ விளைவித்திடின்,

$$\text{யங் குணகம் } q = \frac{f/a}{l/L}$$

$$= \frac{fL}{al}$$

(ii) பருமக் குணகம் (Bulk modulus)

பருமத் தகைவுக்கும் பருமத் திரிபிற்கும் உள்ள தகைவு, பருமக் குணகம் எனப்படும்.

$$\text{பருமக் குணகம்} = \frac{\text{பருமத் தகைவு}}{\text{பருமத் திரிபு}}$$

பருமனை இறுக்கும் தகைவு P எனவும், தொடக்கப் பருமன் V எனவும் பரும மாற்றம் v எனவும் கொண்டிடின்,

$$\text{பருமக் குணகம் } k = \frac{P}{v/V}$$

இதைப் பகுப்பின்,

$$k = \frac{dp}{dv/V}$$

$$\text{அல்லது } k = V \cdot \frac{dP}{dv}$$

இப் பருமக் குணகம் பொருளின் இறுகு எதிர்ப்புத் திறன் (incompressibility) எனப்படுவதுமுண்டு. இதன் எதிரிடை $\left(\frac{1}{k}\right)$ இறுகு திறன் (compressibility) எனப்படும்.

(iii) விறைப்புக் குணகம் (Rigidity modulus)

தொடுவியல் தகைவுக்கும் (tangential stress) அது செயற்பட விளையும் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபிற்கும் (shearing strain) உள்ள தகவு விறைப்புக் குணகம் எனப்படும்.

$$\text{விறைப்புக் குணகம்} = \frac{\text{தொடுவியல் தகைவு}}{\text{சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு}}$$

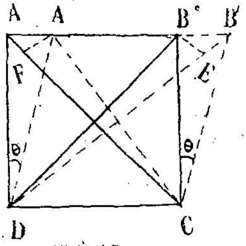
செயற்படும் விசை f எனவும், அது செயப்படும் பரப்பு a எனவும், விளையும் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு θ எனவும் கொண்டிடின்,

$$\text{விறைப்புக் குணகம் } n = \frac{fa}{\theta}$$

$$= \frac{f}{a\theta}$$

நீட்சித் திரிபிற்கும் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபிற்கும் உள்ள தொடர்பு

கன சதுரம் $ABCD$-ன் பக்கம் CD நிலைத்திருக்க, எதிர்த்தளம் AB மீது விசை F செயற்பட விளையும் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு θ எனக் கொள்வோம். θ-ன் மதிப்பு மிகச் சிறிதென்பதை நினைவுகொண்டு, AFA', BFB' இரண்டும் இரு சமபக்க நேர்கோண முக்கோணங்கள் எனலாம்.



படம் 13

$$\text{ஆகவே } EB' = \frac{BB'}{\sqrt{2}}$$

$$AB = l \text{ எனின்}, \quad DB = DE = l\sqrt{2}$$

குறுக்கு விட்டத்தில் விளையும் நீட்சித் திரிபு

$$= \frac{EB'}{DB}$$

$$= \frac{BB'}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{l\sqrt{2}}$$

$$= \frac{BB'}{2l}$$

ஆனால், சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு

$$\theta = \frac{BB'}{l}$$

$\therefore$ நீட்சித் திரிபு $= \frac{\theta}{2}$

இதுபோன்றே, இறுக்கம் விளைவிக்கும் திரிபு

$$= \frac{AF}{AC} = \frac{AA'}{AC\sqrt{2}}$$

$$= \frac{l\theta}{l\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\theta}{2}$$

ஆக, ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகவும், $\frac{\theta}{2}$ மதிப்புமுள்ள இறுக்கமும் நீட்சியும் சேர்ந்து சறுக்குப் பெயர்ச்சி θ-க்கு இணைமாற்றாகும்.

நீட்சித் திரிபிற்கும் பருமத் திரிபிற்கும் உள்ள தொடர்பு

ஓரலகு நீளம் கொண்ட ஒருபடித்தான கனசதுரம் ஒன்றின்மீது விரிவுத் தகைவு செயற்பட எல்லாத் திசைகளிலும் ஒரு சீராக விரிவடைவதாகக் கொள்வோம். அக் கனசதுரத்தின் நீட்சித் திரிபு e எனின், அதன் பருமப் பெருக்கம்

$$= (1+e)^3-1$$

$$= 1+3e+3e^2+e^3-1$$

$$= 3e$$

($\because$ e-ன் இருமடி, மும்மடி மதிப்புகளைப் புறக்கணிக்கலாம்.)

ஓரலகு தொடக்கக் கனஅளவு எனக் கொண்டோமாதலின் விளைந்த பருமப் பெருக்கமே $(3e)$. அப் பொருளின் பருமத் திரிபு ஆகும்.

$\therefore$ பருமத் திரிபு $= 3 \times$ நீட்சித் திரிபு.

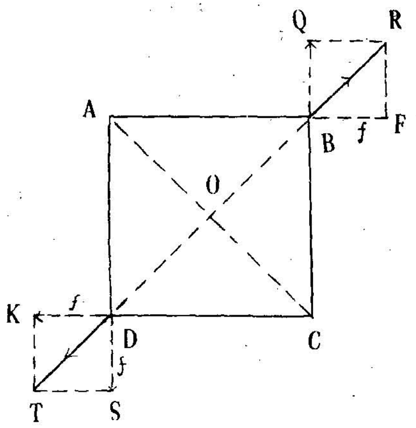
சறுக்குப் பெயர்ச்சிப் பகுப்பு (Resolution of a shear)

கனசதுரம் $ABCD$-ன் பக்கம் AB-ல் தொடுவியல் விசை f (படத்தில் BP) செயற்படும்போது, பக்கப் பெயர்ச்சி விளையாமல் தடுக்க விசை f (DS) கீழ்நோக்கிச் செயற்படுவதாகக் கொள்வோம். இவ்விரு விசைகளாலும் விளையும் எதிர் விசைகளை DK, BQ என்போம். கனசதுரத்தின் ஒரு பாதி ABC-ன் சமநிலையினைக் கவனிப்போம். BP, BQ வழியே செயற்படும் விசைகளின் (f) விளைவு விசை $f\sqrt{2}$, BR வழியே செயற்படும். $l^2\sqrt{2}$ பரப்பளவுள்ள பக்கம் AC-ன் மீது இவ்விசை செயற்பட விளையும்

$$\text{நீட்சித் தகைவு} = \frac{f\sqrt{2}}{l^2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{f}{l^2}$$

$$= \frac{\text{தொடுவியல் விசை}}{\text{கனசதுரத்தின் பக்கப் பரப்பளவு}}$$



படம் 14

இதுவே, பக்கங்கள் AB, AD-க்களின் மேல் செயற்படும் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு θ-வினை விளைவிக்கின்ற சறுக்குப் பெயர்ச்சித் தகைவு மாகும். இதுபோன்றே பக்கம் AC-க்கு இணையாக $\frac{f}{l^2}$ அளவேயுள்ள தகைவு ஒன்று இறுக்கத்தினை விளைவிக்கும் வகையில் செயற்படும் எனக் காட்டலாம். ஆக, ஒரு சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு, ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகவுள்ள இறுக்கத்திற்கும் நீட்சிக்கும் இணைமாற்றாகும்.

திரிபும் செய்யப்படும் வேலையும்

ஒரு பொருளில் உருவமாற்றத்தை விளைவிக்க, அதன்மீது செயற்பட்ட விசை வேலை செய்திருக்க வேண்டும். அப்படிச் செலவிடப்பெற்ற ஆற்றல் அப் பொருளில் செறித்தடக்கி வைக்கப்பட்டிருக்க வேண்டும். அது திரிபு ஆற்றல் (energy strain) எனப்படும். மூவகைத் திரிபு களிலும் அப்படிச் செய்யப்படும் வேலையளவினைக் காண்போம்.

(i) **நீட்சித் திரிபும் செய்யப்படும் வேலையும்:** கம்பியொன்று மேல்முனையில் நிலையாகப் பொருத்தப்பெற்று, அதன் கீழ்முனையில்

விசை f செயற்படட்டும். கம்பியின் தொடக்க நீளம் L எனவும், குறுக்குப் பரப்பளவு a எனவும், விளையும் நீட்சி l எனவும் கொள்வோம்.

ஒரு நுண் அளவு dl நீட்சி விளைய செய்யப்படும் வேலை $= f \cdot dl$

$$\therefore \text{ செய்யப்பட்ட முழுவேலை } W = \int_0^l f \cdot dl$$

$$\text{ஆயின், யங் குணகம் } q = \frac{fL}{al}$$

$$\therefore \ f = \frac{qal}{L}$$

ஆகவே,

$$W = \int_0^l \frac{qal}{L} \cdot dl$$

$$= \frac{qa}{L} \int_0^l l \cdot dl$$

$$= \frac{qa}{L} \left[\frac{l^2}{2} \right]_0^l$$

$$= \frac{qa}{L} \cdot \frac{l^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{qal}{L} \cdot l$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot f \cdot l$$

$= \tfrac{1}{2} \times$ நீட்சி விசை $\times$ நீட்சி.

ஓரலகு பருமனில் செய்யப்படும் வேலை

$= \tfrac{1}{2} f\, l \times \dfrac{l}{La}$ ($\because$ கம்பியின் பருமன் $= La$)

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{a} \cdot \frac{l}{L}$$

$= \tfrac{1}{2} \times$ தகைவு $\times$ நீட்சித் திரிபு.

(ii) பருமத் திரிபும் செய்யப்படும் வேலையும் : தகைவு P எனின், பரப்பளவு a-ன்மீது செயற்படும் விசை $= P \cdot a$

P-ன் திசையில் நகரும் தொலைவு dx எனின் செய்யப்படும் வேலை $= P \cdot a \cdot dx$

ஆனால் $a \cdot dx = dv$ எனும் பருமமாற்றம். ஆக, பருமமாற்றம் dv விளையச் செய்யப்படும் வேலை $= P \cdot dv$

பருமமாற்றம் v விளையச் செய்யப்படும் முழுவேலை

$$W = \int_0^v P \cdot dv$$

ஆயின், பருமக் குணகம் $K = \dfrac{P}{v/V}$. இங்கு V தொடக்கப் பருமனாகும்.

$$\therefore \quad P = K \cdot \frac{v}{V}$$

$$\text{ஆகவே, } W = \int_0^v \frac{Kv}{V} \cdot dv$$

$$= \frac{K}{V} \int_0^v v \cdot dv$$

$$= \frac{K}{V} \left[\frac{v^2}{2} \right]_0^v$$

$$= \frac{K}{V} \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{Kv}{V} \cdot v$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot P \cdot v$$

$= \tfrac{1}{2} \times$ தகைவு $\times$ பருமமாற்றம்.

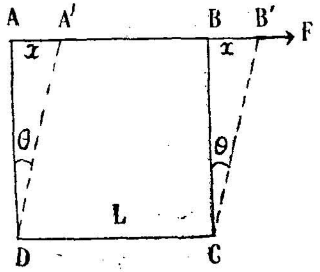
ஓரலகு பருமனில் செய்யப்படும் வேலை

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{P \cdot v}{V}$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{v}{V}$$

$= \tfrac{1}{2} \times$ தகைவு $\times$ பருமத் திரிபு.

(iii) சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபும் செய்யப்படும் வேலையும்



படம் 15

ABCD எனும் கனசதுரத்தின் ஒருபக்கம் *CD*, தளமொன்றில் அசையாதிணைக்கப்பட்டது. மேற்பக்கம் *AB*-ல் தொடுவியல் விசை f செயற்பட விளையும் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு θ எனவும், $AA' = BB' = x$ எனவும் கொள்வோம். விசை செயற்பட நகரும் தொலைவு dx எனின்,

செய்யப்படும் வேலை $= f \cdot dx$

x தொலைவு நகரச் செய்யப்படும் முழுவேலை

$$W = \int_0^x f \cdot dx$$

ஆயின் $n = \dfrac{f/a}{\theta}$

$$= \frac{f}{a\theta}$$

$$\therefore \quad f = na\theta$$

கனசதுரத்தின் பக்க நீளம் l எனின்

$$a = l^2$$

$$\theta = \frac{x}{l} \quad (\because \quad \theta \text{ சிறியது})$$

$$\therefore \quad f = nl^2 \frac{x}{l}$$

$$= nlx$$

ஆகவே,

$$W = \int_0^l nlx \, dx$$

$$= \tfrac{1}{2} \, nlx^2$$

ஓரலகு பருமனில் செய்யப்படும் வேலை

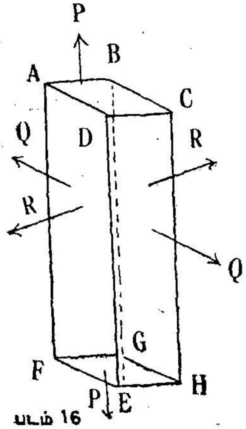
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{nlx^2}{l^3} \quad (\because \text{ பருமன் } = l^3)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{nlx}{l^2} \cdot \frac{x}{l}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{தகைவு} \times \text{சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு}$$

ஆக மூவகைத் திரிபுகளிலும், ஓரலகு பருமனில் செய்யப்படும் வேலை = $\frac{1}{2}$ × தகைவு × திரிபு எனக் காண்கின்றோம்.

மீட்சிக் குணகங்களிடையேயுள்ள தொடர்பு



படம் 16

நீள் சதுர இணைவகத் திண்மம் (rectangular parallelopiped) $ABCDEFGH$-ல் உள்ள மூன்று இணைசுவர்ச் சோடிகளின் மீது செயற்படும் தகைவுகள் P, Q, R எனக் கொள்வோம். ஓரலகு தகைவொன்று, தான் செயற்படும் திசையில் நீட்சித் திரிபு λ-வையும், அதற்குச் செங்குத்துத் திசைகளில் நீள் குறைத் திரிபு (contractional strain) μ-வினையும் விளைவிப்பதாகக் கொண்டிடின், P-ன் திசையில் விளையும் நீட்சித் திரிபு $= \lambda P$. ஆயின், அதே நேரத்தில், தகைவுகள் Q, R இரண்டினாலும் விளையும் நீள் குறைத் திரிபுகள் முறையே μQ, μR ஆகும்.

∴ P-ன் திசையில் ஏற்படும்
விளைவு நீட்சித் திரிபு $= e = \lambda P - \mu Q - \mu R$. அதுபோன்றே,
Q-ன் திசையில் விளைவு நீட்சித் திரிபு $= f = \lambda Q - \mu R - \mu P$
R-ன் திசையில் விளைவு நீட்சித் திரிபு $= g = \lambda R - \mu P - \mu Q$

நேர்வு (case) (அ)

$Q = R = O$ எனின், Pஆல் மட்டுமே விளையும் நீட்சித் திரிபு $e = \lambda P$.

$$\text{யங் குணகம் } q = \frac{\text{தகைவு}}{\text{திரிபு}} = \frac{P}{\lambda P} = \frac{1}{\lambda}$$

அதாவது, $q = \frac{1}{\lambda}$ (1)

நேர்வு (ஆ)

$P=-Q$, $R=O$ எனின் விளைவது சறுக்குப் பெயர்ச்சியாகும். P தொடுவியல் தகைவென்பதையும், $Q=-P$ என்பதையும் நினைவி லிறுத்தி,

விளையும் நீட்சித் திரிபு $e = \lambda P - \mu(-P)$

$= (\lambda+\mu)P$ எனக் காணலாம்.

∴ விளையும் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு

$$\theta = 2e$$
$$= 2(\lambda+\mu)P.$$

விறைப்புக் குணகம் $n = \dfrac{\text{தொடுவியல் தகைவு}}{\text{சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு}}$

$$= \frac{P}{\theta}$$
$$= \frac{P}{2(\lambda+\mu)P}$$
$$= \frac{1}{2(\lambda+\mu)}$$
$$\therefore \lambda+\mu = \frac{1}{2n} \qquad (2)$$

நேர்வு (இ)

$P=Q=R$ எனின், சீரான விரிவு விளைகின்றது. ஆகவே, எந்த ஒரு திசையிலும் விளையும் நீட்சித் திரிபு

$$e = \lambda P - \mu P - \mu P$$
$$= (\lambda-2\mu)P$$

∴ பருமத் திரிபு $= 3e$

$= 3(\lambda-2\mu)P$

பருமக் குணகம் $k = \dfrac{\text{பருமத் தகைவு}}{\text{பருமத் திரிபு}}$

$$= \frac{P}{3(\lambda-2\mu)P}$$
$$= \frac{1}{3(\lambda-2\mu)}$$
$$\therefore \lambda-2\mu = \frac{1}{3k} \qquad (3)$$

சமன்பாடுகள் (2), (3)-லிருந்து,

$$3\lambda = \frac{1}{3k}+\frac{1}{n}$$

$$= \frac{3k+n}{3kn}$$

$$\therefore \lambda = \frac{3k+n}{9kn} \qquad (4)$$

ஆயின் சமன்பாடு (1)-ன் படி

$$\lambda = \frac{1}{q}$$

$$\therefore \frac{1}{q} = \frac{3k+n}{9kn}$$

அல்லது $$q = \frac{9kn}{3k+n} \qquad (5)$$

பாய்சான் தகவும் (Poisson ratio) அதன் எல்லைகளும்

ஓரலகு நீட்சித் தகைவொன்று செயற்பட, அதற்குச் செங்குத்துத் திசையில் விளையும் நீளக் குறைவு திரிபிற்கும், அதன் திசையிலேயே விளையும் நீட்சித் திரிபிற்கும் உள்ள தகவு பாய்சான் தகவு எனப்படும். இத்தகவு σ எனின்,

$$\sigma = \frac{\mu}{\lambda}$$

மேலே கண்ட சமன்பாடுகள் (2), (3)-லிருந்து

$$3\mu = \frac{1}{2n}-\frac{1}{3k}$$

$$= \frac{3k-2n}{6kn}$$

அல்லது $$\mu = \frac{3k-2n}{18kn}$$

சமன்பாடு (4)ஆல் இதனை வகுக்க,

$$\frac{\mu}{\lambda} = \frac{3k-2n}{2(3k+n)}$$

ஆனால், $$\frac{\mu}{\lambda} = \sigma$$

$$\therefore \sigma = \frac{3k-2n}{2(3k+n)}$$

அதாவது, $2\sigma(3k+n) = 3k-2n$

அல்லது $2n(\sigma+1) = 3k(1-2\sigma)$

σ நேரெனின், இச் சமன்பாட்டின் இடப்புறம் நேராக, வலப் புறமும் நேராகும்.

அதன்படி, $2\sigma < 1$

அல்லது $\sigma < 0{\cdot}5$

$\therefore$ σ-ன் பெரும அளவு $= 0{\cdot}5$ ஆகும்.

σ எதிரெனின் சமன்பாட்டின் வலப்புறம் நேராக, இடப்புறமும் நேராகும்.

அதாவது, $\sigma+1 = +$ ஆகும்.

$\therefore \sigma > -1$

ஆக, σ-ன் சிறும அளவு -1 ஆகும். எனினும் நடைமுறையில் σ-ன் மதிப்பு 0·2-க்கும் 0·4-க்கும் இடையேயிருக்கும். பாய்சான் தகவினை q, n மதிப்பு கொண்டும் அளவிடலாம்.

சமன்பாடுகள் (1), (2)-லிருந்து,

$$\mu = \frac{1}{2n} - \frac{1}{q} \quad \text{மேலும்}$$

$$\lambda = \frac{1}{q}$$

$$\therefore \sigma = \frac{\mu}{\lambda}$$

$$= \frac{q}{2n} - 1 \qquad (8)$$

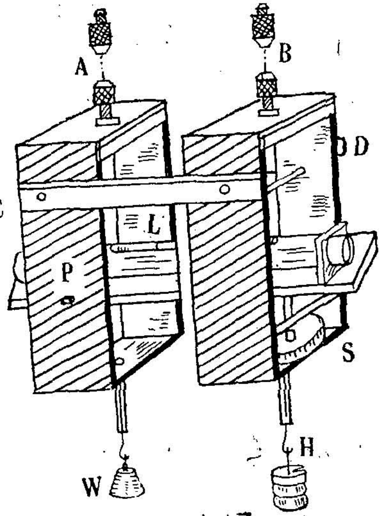
யங் குணகம் காணல்

நீட்சித் தகைவிற்கும், நீட்சித் திரிபிற்குமாகிய தகவுதான் யங் குணகம் எனக் கண்டோம். செயல்முறையில் விளையும் நீட்சி மிகச் சிறிதென்பதால் அதனையளப்பது அவ்வளவு எளிதன்று. சோதனை முறைகள் பல இந் நீட்சியினைச் செவ்வனே அளக்கவேண்டி கண்டு பிடிக்கப்பட்டன. இங்கு மெல்லிய கம்பியொன்றுக்கும், தடித்த தண்டொன்றுக்கும் யங் குணகம் காண்போம்.

கம்பியொன்றின் யங் குணகம் காண சேர்ல் நீட்சிமானி (Searle's extensometer)

படத்தில் காட்டியுள்ளபடி, ஒரே பருப்பொருள், நீளம், குறுக்குப் பரப்பளவு கொண்ட இரு கம்பிகள் (A, B) உச்சியில் பொருத்தித்

தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் கீழ்முனைகளில் உலோகச் சட்டங்களிரண்டு (*C*, *D*) இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரு கம்பியிலிருந்து மாறு எடை (*W*) ஒன்றும், மற்றதிலிருந்து எடைதாங்கி (*H*) ஒன்றும் தொங்குகின்றன. ஆக *A* ஒப்புக் கம்பியெனவும், *B* ஆய்வுக்குரிய கம்பியெனவும் காணலாம். இரசமட்டம் (*L*) ஒன்று சட்டம் *C*-ல் *P* எனுமிடத்தில் இணைக்கப்பட்டு சட்டம் *D*-ல் உள்ள மரையினூடே செல்லும் மைக்ராமீட்டர் திருகாணி (*S*) மேல் அமைந்துள்ளது. இத் திருகாணி



படம் 17

உதவிகொண்டு இரசமட்டம் கிடைமட்டத்திலிருக்கும்படி செய்து, மைக்ராமீட்டர் காட்சிப் பதிவினைக் குறிப்போம். எடைதாங்கியில் எடையினை ஏற்றி, திருகாணி கொண்டு திரும்பவும் இரசமட்டத்தினைக் கிடைமட்டத்திற்குக் கொணர்ந்து, மைக்ராமீட்டர் காட்சிப் பதிவினைக் குறிப்போம். திருகாணியினை மேல்நோக்கி எவ்வளவு தொலைவிற்குத் திருகினோம் என்பதனை இரு காட்சிப் பதிவுகளின் மாற்றம் காட்டும். இதுவே கம்பியின் நீட்சியாம். அதேபோன்று, மேன்மேலும் சம எடைகளை (*W*) தொடர்ந்து ஏற்றி ஒவ்வொரு முறையும் காட்சிப் பதிவுகளைக் காண்போம். அந்த எடைகளை ஒவ்வொன்றாக இறக்கும்போதும் இரசமட்டத்தினைக் கிடைமட்டத்திற்குக் கொணர்ந்து காட்சிப் பதிவுகளைக் கண்டு, ஒவ்வோர் எடைக்கும் சராசரி காட்சிப் பதிவினைக் கணக்கிடலாம். அடுத்த பக்கத்தில் காட்டியுள்ளபடி அட்டவணையிட்டுச் சராசரி நீட்சியினைக் (*l*) கணக்கிடலாம்.

தொடர் எண்	எடை	மைக்ராமீட்டர் காட்சிப் பதிவு			நீட்சி l
		எடை அதிகமாக	எடை குறைய	சராசரி	

கம்பியின் தொடக்க நீளம் L எனின் நீட்சித் திரிபு $= \frac{l}{L}$

ஏற்றிய, இறக்கிய சமநிறைகள் m எனின், அதனால் விளையும் விசை $f=mg$

கம்பியின் ஆரம் r எனின், அதன் குறுக்குப் பரப்பளவு $a=\pi r^2$

$\therefore$ நீட்சித் தகைவு $= \frac{f}{a}$

நீட்சித் திரிபு $= \frac{l}{L}$

யங் குணகம் $= \frac{f/a}{l/L}$

$$= \frac{fL}{al}$$

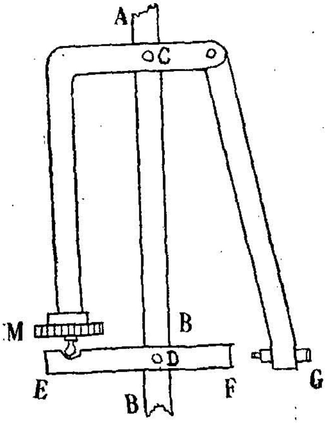
$$= \frac{mgl}{\pi r^2 l}$$

எடை தாங்கியில் ஏற்றப்படும் பெரும எடை கம்பியின் மீட்சி யெல்லைக்குள் இருக்க வேண்டுவதனை நினைவில் கொள்ளவேண்டும்.

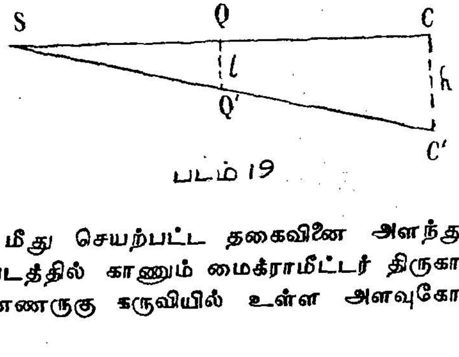
தடித்த தண்டொன்றின் யங் குணகம் காண ஈவிங் நீட்சிமானி (Ewing's extensometer)

தடித்த தண்டுருவத்திலிருக்கும் ஒரு பருப்பொருளின் யங் குணகத் தினை, ஈவிங் நீட்சிமானி கொண்டு கண்டுபிடிக்கலாம். கொடுக்கப்

பட்ட தண்டு AB படத்தில் காட்டியுள்ளபடி, ஆய்வு எந்திரம் (testing machine) ஒன்றில் C, D என்னும் புள்ளிகளில் திருகாணிகள் கொண்டு பிணைக்கப்படும். அத் திருகாணிகளை அச்சாகக் கொண்டு பிணைக்கப்படும் புயங்கள் சுழலக்கூடியன. புயம் EF-ல் முனை F-ல் உள்ள நுண்குறி யொன்றிற் கெதிரே நுண்ணோக்கி G உள்ளது. அதன் கண்ணருகு கருவியில் (eye-piece) உள்ள ஒளிபுகு அளவுகோலின் உதவிகொண்டு, தண்டு AB நீள்வதால் விளையும் குறியின் பெயர்ச்சியினைக் கணக்கிடலாம். இப் பெயர்ச்சி x எனின், CDஐத் தொடக்க நீளமாகக் கொண்ட தண்டின் நீட்சி $e = x\dfrac{ED}{EF}$. இதனின்றும் நீட்சித் திரிபினை அறியலாம்.



படம் 18



படம் 19

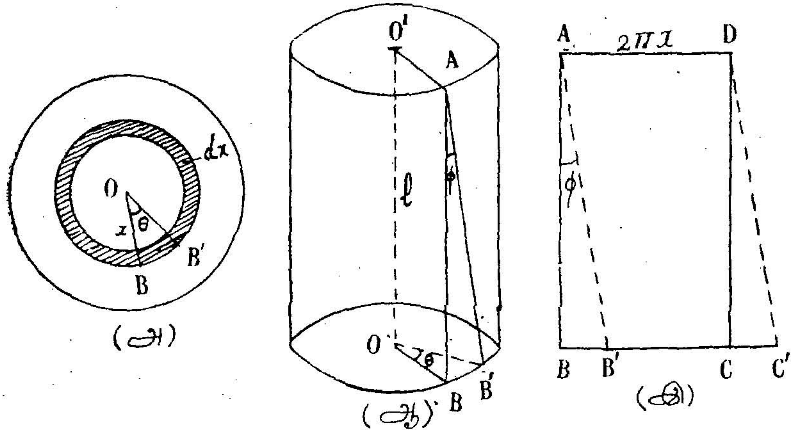
தண்டின் மீது செயற்பட்ட தகைவினை அளந்து யங் குணகம் காணலாம். படத்தில் காணும் மைக்ராமீட்டர் திருகாணியின் உதவி கொண்டு கண்ணருகு கருவியில் உள்ள அளவுகோலினை அளவீடு செய்யலாம்.

முறுக்கு (Torsion)

நீள் உருளைத் தண்டு அல்லது கம்பியொன்றின் ஒரு முனையினை நிலையாகப் பிணைத்து முடுக்கி, மறுமுனையில் தண்டின் அச்சுக்குச் செங்குத்துத் திசையில் ஓர் இரட்டையினைச் செயற்படச் செய்யின், அத் தண்டு முறுக்கு நிலையிலிருப்பதாகக் கூறப்படும். தண்டின் மீட்சியல் தன்மையால், செயற்படும் இரட்டைக்கு நேர் எதிராகவும், அதே தளத்திலும், அதே அளவிலும் மீட்சியல் இரட்டையொன்று விளைகின்றது.

தண்டில் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு விளைவதால், அது விறைப்புக் குணகத் தொடர்பு கொண்டது என அறிவோம்.

நீளம் l, ஆரம் a, விறைப்புக் குணகம் n கொண்ட நீள் உருளைத் தண்டொன்றினை மேல்முனையில் நிலையிறுத்தி, கீழ்முனையில் முறுக்குவதாகக் கொள்வோம். செயற்படும் இரட்டையின் திருப்புதிறன் (moment of the couple) C என்போம்.



படம் 20

முறுக்கப்பட்டுச் சமநிலையிலிருக்கும்போது முறுக்கும் இரட்டையும், மீட்சி இரட்டையும் சமனாகும் என அறிவோமாதலின், அவற்றினைக் கணக்கிடுவோம். தண்டினை, உள்ளீடற்ற ஓரச்சு நீள் உருளையைப் பலவாகக் கொள்வோம். அவற்றுள் ஆரம் x-ம், ஆரவழித் தடிமன் dx-ம் (படம் 20அ) கொண்ட ஓர் உள்ளீடற்ற நீள் உருளையினைக் காணின், அதன் கீழ்முனை ஆரமெதுவும் கோணம் θ அளவு திருப்பப்படுவதாகக் கொள்வோம். உருளையின் வெளிப்புறத்தில் பெயர்ச்சி அதிகமாகவும், மையத்தினை நோக்கிச் செல்லச்செல்லக் குறைந்து, மையத்தில் பெயர்ச்சி இல்லாமலிருப்பதையும் காணலாம். முறுக்கும்முன் அச்சுக்கு இணையாகவிருந்த கோடொன்று AB (படம் 20ஆ), முறுக்கியபின் AB' எனும் நிலைக்குத் திரும்பியுள்ளது. உள்ளீடற்ற இந் நீள் உருளை முறுக்கப்படுவதற்குமுன், AB வழியே வெட்டப்பட்டுத் தட்டையாகப் பரப்பப்படுவதாகக் கொண்டால், $ABCD$ என்ற நீள் சதுரம் கிடைக்கும். அதுவே முறுக்கப்பட்ட பின் $AB'C'D$ என்ற இணைகரமாகும் (படம் 20இ). ஆகவே, விளையும் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு $\angle BAB' = \phi$ என்போம்.

திரிபு மிகச் சிறியது என்பதால்,

$BB' = l\phi$ எனலாம் (படம் 20இ)

மேலும்

$BB' = x\theta$ (படம் 20ஆ)

$\therefore\ l\phi = x\theta$

அல்லது $\phi = \dfrac{x\theta}{l}$

இதனின்றும், x அதிகமாக, ϕ-ம் அதிகமாகுமெனக் காணலாம். நீள் உருளையின் வெளிப்புறத்தில் திரிபு பெருமம் எனவும், அச்சில் சிறுமம் எனவும் காண்பதால், சறுக்குப் பெயர்ச்சித் தகைவு ஒரு சீராக இயங்கவில்லையென அறிகிறோம். ஆக, எந்த ஓர் உள்ளீடற்ற நீள் உருளைக்கும் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு ஒன்றேயெனினும், வெவ்வேறு நீள் உருளைகட்குத் திரிபும் வெவ்வேறும்.

$$\text{விறைப்புக் குணகம் } n = \frac{\text{சறுக்குப் பெயர்ச்சித் தகைவு}}{\text{சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு}}$$

$$= \frac{F}{\phi}$$

$$\therefore\ F = n\phi$$

$$= n \cdot \frac{x\theta}{l}$$

நாம் எடுத்துக் கொண்ட உள்ளீடற்ற நீள் உருளையின் குறுக்கு முகப் பரப்பளவு $= 2\pi x \cdot dx$

$\therefore$ இப் பரப்பின் மீது செயற்படும்

$$\text{மொத்த விசை} = 2\pi x \cdot dx \times \frac{nx\theta}{l}$$

$$= 2\pi n\frac{\theta}{l} \cdot x^2 dx$$

இவ் விசையின் அச்சு OO′ பற்றிய

$$\text{திருப்புதிறன்} = 2\pi n\frac{\theta}{l} \cdot x^2 \cdot dx \cdot x$$

$$= 2\pi n\frac{\theta}{l} \cdot x^3 dx$$

எல்லைகள் $x = 0$, $x = r$ இடையே இத் திருப்புதிறனை முழுமையாக்கின், நீள் உருளை மீது முழுமையாகச் செயற்படும் முறுக்கு இரட்டையின் திருப்புதிறன்

$$= \int_{O}^{f} 2\pi n \frac{\theta}{l} \cdot x^3 dx$$

$$= \frac{2\pi n\theta}{l} \int_{O}^{r} x^3 dx$$

$$= \frac{2\pi n\theta}{l} \left[\frac{x^4}{4}\right]_{O}^{r}$$

$$= \frac{2\pi n\theta}{l} \cdot \frac{r^4}{4}$$

$$= \frac{\pi n r^4 \theta}{2l}$$

விளைந்த முறுக்கு ஓர் ஆரக் கோணம் (radian) எனின், செயற்படும் முறுக்கு இரட்டையின் திருப்புதிறன் $= \frac{\pi n r^4}{2l}$. இது நீள் உருளையின் முறுக்கு விறைப்பு (torsional rigidity) எனப்படும்.

குறிப்பு : உள் ஆரம் r_1, புற ஆரம் r_2 கொண்ட உள்ளீடற்ற நீள் உருளை ஒன்றில் செயற்படும் முறுக்கு இரட்டையின் திருப்புதிறன்

$$= \int_{r_1}^{r_2} 2\pi n \frac{\theta}{l} \cdot x^3 \cdot dx$$

$$= \frac{2\pi n\theta}{l} \left[\frac{x^4}{4}\right]_{r_1}^{r_2}$$

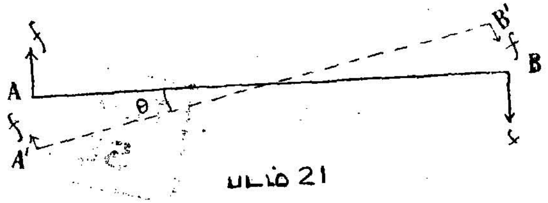
$$= \frac{2\pi n\theta}{l} \left[\frac{r_2^4 - r_1^4}{4}\right]$$

$$= \frac{\pi n\theta}{2l} (r_2^4 - r_1^4)$$

முறுக்கும்போது செய்யப்படும் வேலை

ஒரேயளவுள்ள இரு விசைகள் (f, f) A, B என்னும் இரு புள்ளிகளில் ஓர் இரட்டையாகச் செயற்படுகின்றன எனக் கொள்வோம். அதே

தளத்தில், இவ் விரட்டையிணைக் கோணம் $\delta\theta$ அளவு திருப்புவதாகக் கொண்டால், புள்ளி A தன்மீது செயற்படும் விசை fஐ எதிர்த்து AA_1 தொலைவும், அதேபோல் B தன் மீது செயற்படும் விசை fஐ எதிர்த்து BB_1 தொலைவும் பெயர்ச்சியுறுகின்றது.



படம் 21

$$\text{செய்யப்படும் மொத்த வேலை} = (f\times AA_1)+(f\times BB_1)$$
$$= f\,(AA_1+BB_1)$$

$$\text{ஆயின் } AA_1 = BB_1 = \frac{AB}{2}\,.\,\delta\theta$$

$$\therefore \text{ செய்யப்படும் வேலை} = f\times 2\times\frac{AB}{2}\times\delta\theta$$
$$= f\times AB\times\delta\theta$$
$$= C\,.\,\delta\theta$$

இதில் $C = f\times AB =$ இரட்டையின் திருப்புதிறன்,

ஆக, செய்யப்படும் வேலை = இரட்டையின் திருப்புதிறன் $\times$ இரட்டை தனது தளத்திலேயே திருப்பப்படும் கோண அளவு.

ஆனால், ஒரு முறுக்கு இரட்டையில், அதன் மதிப்பு வேறுபட்டுக் கொண்டேயிருக்கும். எனினும், ஒரு நுண்ணளவு கோணம் $\delta\theta$-க்கு, இரட்டையின் மதிப்பு மாறுதிருப்பதாகக் கொள்ளலாம்.

அப்படிக் கொள்ளும் போது, $\delta\theta$ அளவு முறுக்கிடச் செய்யப்படும் வேலை

$$= C\,.\,\delta\theta$$

$\therefore$ θ அளவு முறுக்கிட, செய்யப்படும் வேலை $= \int C\,.\,\delta\theta$

ஆயின், இரட்டையின் மொத்தத் திருப்புதிறன் $C =$ சுழலிரட்டை/முறுக்கு $C\times$ முறுக்குக் கோண அளவு θ

$$\therefore \text{ செய்யப்படும் வேலை} = \int C\theta\,.\,\delta\theta$$
$$= \tfrac{1}{2}\,C\theta^2$$

முறுக்கலைவு (Torsional oscillation)

நீளம் l, ஆரம் r, சுழலிரட்டை/முறுக்கு C உள்ள ஒரு கம்பியின் ஒரு முனையினை நிலையாகப் பிணைத்து முடுக்கி, மறுமுனையில்,

கம்பியைப் பற்றிய நிலைமத் திருப்புதிறன் I கொண்ட ஒரு பொருள் தொங்குவதாகக் கொள்வோம். அதனைச் சிறு கோண அளவு திருப்பி விடுவிப்போம். அப்படித் திருப்பும்போது, கம்பி முறுக்கப்படுகின்றது. கம்பி முறுக்கப்பட்ட நிலையில் இருக்கும்போது அதன் ஆற்றல் முழுவதும் நிலையாற்றலாக (potential energy) உள்ளது. முறுக்கு வதற்குச் செய்யப்படும் வேலையே அவ்வாற்றலாக மாறியுள்ளதை நாமறிவோம். விடுக்கப்படும்போது, அக் கம்பி முறுக்கு நிலையை விட்டுத் தன் பழைய முறுக்கற்ற சமநிலைக்குத் திரும்புகின்றது. அங்ஙனம் திரும்பும்போது கோண வேகம் பெறுகின்றது. ஆக முறுக்கற்ற சமநிலையைத் தாண்டும்போது அதன் ஆற்றல் முழுவதும் இயக்க ஆற்றலாக (kinetic energy) அலையும் பொருளில் உள்ளது. அப்பொருள் தான் பெற்ற வேகத்தினால் தனது சமநிலையைத் தாண்டிச் செல்லும்போது முன்போலவே கம்பி முறுக்கப்பட்டும், பிறகு முறுக்கு நிலை இழந்தும், முறுக்கலைவிற்கு உட்படுகின்றது.

முறுக்கலைவிற்குட்பட்ட அப்பொருளின் ஏதேனும் ஒரு நிலையினைக் காண்போம். அந்நிலையில், கம்பியின் முறுக்கு θ எனவும், பொருளின் கோணவேகம் ω எனவும் கொள்வோம். அந்நிலையில் கம்பியின் நிலை யாற்றல் =

முறுக்கச் செய்யப்படும் வேலை $= \frac{1}{2} C\theta^2$

அலையும் பொருளின் இயக்க ஆற்றல் $= \frac{1}{2} I\omega^2$

ஆக, அக் கோவையின்

மொத்த ஆற்றல் $E = \frac{1}{2} C\theta^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$

ஆற்றல் மாறாக் கோட்பாட்டின்படி, இம் மொத்த ஆற்றல் எப் பொழுதும் ஒரே அளவுடையதாகும்.

$$\therefore \ \frac{1}{2} I\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} C\theta^2 = \text{மாறிலி.} \left(\because \ \text{கோணவேகம் } \omega = \frac{d\theta}{dt}\right)$$

இதைப் பகுப்பின்,

$$\frac{1}{2} I \cdot 2 \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{2} C\, 2\theta \frac{d\theta}{dt} = 0$$

அதாவது $I\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta = 0$

அல்லது $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \dfrac{C}{I}\,\theta = 0$

இச் சமன்பாட்டினை நோக்கின், விளைந்த அலைவுகள் சீரிசை இயக்கம் (simple harmonic motion) என அறியலாம். ஆகவே,

அலைவு நேரம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}}$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{I}{\frac{\pi n r^4}{2l}}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{2Il}{\pi n r^4}}$$

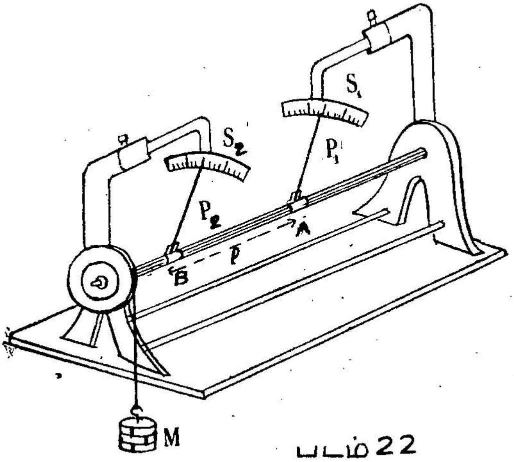
இருமடி அலைவு நேரம் $T^2 = 4\pi^2 \frac{2 \cdot I l}{\pi n r^4}$

$$= \frac{8\pi Il}{nr^4}$$

∴ விறைப்புக் குணகம் $n = \frac{8\pi Il}{T^2 r^4}$

தண்டொன்றின் விறைப்புக் குணகம் காண நிலையியல் முறுக்கு முறை (Static torsion method)

ஆரம் r உள்ள நீள்உருளைத் தண்டொன்றின் ஒரு முனையினை நிலையாகப் பிணைத்து, மறுமுனையில் ஒரு வட்டத்தகடு அல்லது கப்பி இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கப்பியின்மேல் ஒரு கயிறு சுற்றப்பட்டு அதன்



படம் 22

முனையில் எடை தாங்கியொன்று தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. அதிலுள்ள எடை, தண்டினை அதன் அச்சு பற்றி முறுக்குகின்றது. ஒன்றுக்கொன்று l தொலைவிலுள்ள இரு குறிமுட்கள் (P_1, P_2) அத் தண்டின் மேல் A, B என்ற புள்ளிகளில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. தண்டு முறுக்

கப்படும்போது, A-ல் உள்ள குறிமுள் P_1 சிறிதளவும், B-ல் உள்ள குறிமுள் P_2 அதிக அளவும் திருப்பப்படும். விளையும் திருப்பக் கோணங்களை (θ_1, θ_2) அளக்க S_1, S_2 என்ற இருகோண அளவுகோல்கள் பொருத்தப்பட்டுள்ளன.

கப்பியின் ஆரம் R எனவும், தொங்கும் நிறை M எனவும் கொண்டிடின், செயற்படும் திருப்புதிறன் $= MgR$. இதற்கு ஈடுகொடுத்துச் சமன்செய்யும் மீட்சியல் இரட்டைத் திருப்புதிறன் $= \frac{\pi n r^4}{2l} (\theta_2 - \theta_1)$. இதில் கோணங்கள் θ_1, θ_2 இரண்டும் ஆரக்கோண அளவில் உள்ளன.

$$\therefore \quad \frac{\pi n r^4 \, (\theta_2 - \theta_1)}{2l} = Mgr$$

$$\text{அல்லது } n = \frac{2\,MgRl}{\pi r^4 \, (\theta_2 - \theta_1)}$$

சோதனையை மீண்டும் பன்முறை செய்ய, குறிமுட்களிடையேயுள்ள தொலைவினை (l) மாற்றி, முன்போலவே செய்தல் வேண்டும்.

மேற்கண்ட ஆய்கருவி கொண்டு விறைப்புக் குணகம் காணுதல் எளிதெனினும், அக்கருவியிலுள்ள குறைகளையும் காண்போம்.

(i) ஆய்வுக்குரிய தண்டின் அச்சுவழியே குறிமுள்ளின் அச்சுச் செல்லாமலிருக்கலாம்.

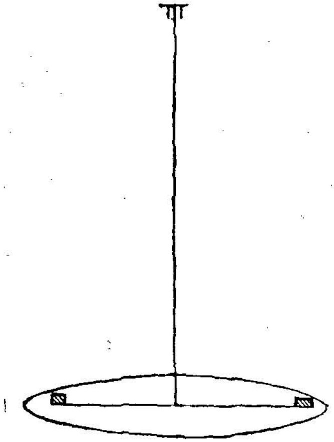
(ii) ஒரே கப்பியின் உதவிகொண்டு ஒரு பக்கத்தில் மட்டுமே விசை செயற்படுவதால், தண்டு ஒருபக்கம் இழுக்கப்பெற்று, குண்டுப் பொதிகை (ball-bearings) மீது அழுந்த, முறுக்குத் தடைபடுகின்றது.

முறுக்கு ஊசல் (torsional pendulum) கொண்டு கம்பியொன்றின் விறைப்புக் குணகம் காணல்

முறுக்கலைவு பற்றிய விவரம் நாம் முன்னமேயே கண்டோம். அதனடிப்படையில் கம்பியொன்றின் விறைப்புக் குணகம் காணுதல் எளிதென அறிவோம்.

ஒரு கம்பியின் மேல்முனையினை நிலையாகப் பிணைத்து, கீழ் முனையில் வடிவொழுங்கு வாய்ந்த பொருள் ஒன்று தொங்கவிடப்பட்ட அமைப்பு, முறுக்கு ஊசல் எனப்படும். கம்பியின் நீளம் l (அதாவது, மேலே பிணைக்கப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து கீழே பொருளோடு இணைக்கப்பட்ட புள்ளிவரை) மாற்றப்படக் கூடியது. பொருளின் தொங்குபுள்ளி

வழியே செல்லும்படியும் ஒத்தியைவாகவும் (symmetrically) ஒரு கோடு வரைவோம். ஒவ்வொன்றும் m கிராம் நிறையுள்ள இரு சம எடைகளைத் தொங்கும் பொருளின் மையத்திலிருந்து d_1 தொலைவில் ஒத்தியைவாக வைப்போம். முறுக்கலைவு விளைவித்து அலைவு நேரத்தைக் (T_1) கணக்கிடுவோம். பிறகு எடைகளை மையத்திலிருந்து d_2 தொலைவில் இருக்கும்படி மையம் நோக்கி நகர்த்திவைத்து அலைவு நேரத்தை (T_2) மீண்டும் கணக்கிடுவோம்.



படம் 23

தொங்கும் பொருளுக்குக் கம்பியின் அச்சு பற்றிய நிலைமத் திருப்புதிறன் I_0 எனவும், ஒவ்வொரு எடைக்கும் கம்பிக்கிணையாக எடையின் மையம் வழியே செல்லும் அச்சு பற்றிய நிலைமத் திருப்புதிறன் i_0 எனவும் கொண்டிடின், இணை அச்சுத் தேற்றப்படி (parallel axis theorem), முதலில் கொண்ட அமைப்பின் மொத்த நிலைமத் திருப்புதிறன்

$$I = I_0 + 2i_0 + 2md_1^2$$

$$\therefore \quad T_1^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + 2i_0 + 2md_1^2}{C} \qquad (1)$$

அதுபோலவே இரண்டாவதாகக் கொண்ட அமைப்பில்,

$$T_2^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + 2i_0 + 2md_2^2}{C} \qquad (2)$$

சமன்பாடு (1)-லிருந்து (2)ஐக் கழிக்க,

$$T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2}{C} 2m(d_1^2 - d_2^2)$$

$$= \frac{8\pi^2 m(d_1^2 - d_2^2)}{C}$$

கம்பியின் ஆரம் r எனவும், அதன் விறைப்புக் குணகம் n எனவும் கொண்டு $C = \frac{\pi n r^4}{2l}$ என முன்னம் கண்டோம்.

$$\therefore \quad T_1^2 - T_2^2 = \frac{8\pi^2 n(d_1^2 - d_2^2)}{\pi n r^4} \times 2l$$

$$= \frac{16\pi l m(d_1^2 - d_2^2)}{n r^4}$$

ஆகவே,

$$\text{விறைப்புக் குணகம் } n = \frac{16\pi lm(d_1^2 - d_2^2)}{(T_1^2 - T_2^2)r^4}$$

சோதனையினை மீண்டும் பன்முறை செய்யக் கம்பியின் நீளம், மையத்திலிருந்து எடைகளுக்குள்ள தொலைவு இவற்றினை மாற்றி முன்போலவே செய்யலாம்.

வடிவொழுங்கு வாய்ந்த தொங்கும் அந்தப் பொருளுக்குத் தொங்கும் அச்சு பற்றிய நிலைமத் திருப்புதிறன் I_0 காணவேண்டுமெனின், சமநிறையுள்ள அவ்வெடைகளை நீக்கிப் பொருள் மட்டுமே தொங்கும்போது அதன் அலைவு நேரம் T_0 கணக்கிடப்பட வேண்டும். அப்பொழுது

$$T_0^2 = \frac{4\pi_2 I_0}{C}$$

முன்னமே நாம் கண்டபடி,

$$(T_1^2 - T_2^2) = \frac{4\pi^2}{C} 2m(d_1^2 - d_2^2)$$

இவற்றினின்றும்,

$$\frac{T_0^2}{T_1^2 - T_2^2} = \frac{I_0}{2m(d_1^2 - d_2^2)}$$

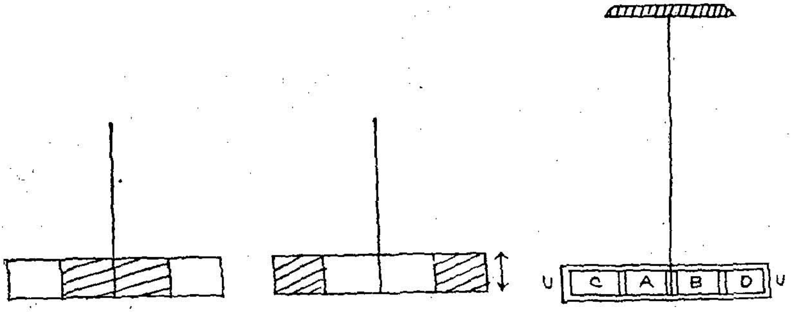
$$\therefore I_0 = \frac{2m(d_1^2 - d_2^2)T_0^2}{T_1^2 - T_2^2}$$

மாக்ஸ்வெல் ஊசி (Maxwell needle)

மேற்கண்ட முறுக்கு ஊசல் முறையில் பயன்படுத்தப்பட்ட இரு எடைகளும் நிறையில் சிறிதளவு வேறுபட்டும், பொருளின் மையத்திலிருந்து வைக்கப்பட்டுள்ள தொலைவில் சிறிதளவு 'வேறுபட்டும் இருக்க ஏதுவாகும். ஆக அச் செய்முறையில் உள்ள இக்குறைகளை நீக்கிடின், பெறப்படும் விறைப்புக் குணகம் செம்மையானதாகும். மாக்ஸ்வெல் ஊசி இக்குறைகளைக் களைந்து, செம்மையான விறைப்புக் குணகம் பெறும் முறையில் ஆக்கப்பட்டுள்ளது.

நீள் உருளைக் குழாயொன்று, அதன் புவியீர்ப்பு மையத்திலிருந்து ஒரு கம்பியால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இக் குழாயினுள் சரியே பொருந்தும் A, B எனும் இரு திண் நீள் உருளைகளும், C, D எனும் இரு உள்ளீடற்ற நீள் உருளைகளும் ஒத்தியைவாக வைக்கப்பட்டுள்ளன. திண் நீள் உருளைகள் உள்ளேயும், உள்ளீடற்ற நீள் உருளைகள் வெளியேயும் உள்ள நிலையில் தொங்கும் அமைப்பிற்கு, முறுக்கலைவு

விளைவித்து, அதன் அலைவு நேரத்தைக் கணக்கிடவேண்டும். நீள் உருளைகளை அதனதனிடத்திலேயே தலைமாற்றி வைத்து ஊசலாடவிட்டு, அலைவு நேரத்தைக் கணக்கிடவேண்டும். பின் A, B-யினை ஒன்றுக்கொன்று இடம் மாற்றி, C, D-யினையும் ஒன்றுக்கொன்று இடம் மாற்றி, முன்போல் மீண்டும் இருமுறை அலைவு நேரத்தைக் கணக்கிட்டு,



படம் 24

மொத்தத்தில் சராசரி அளவு நேரம் T_1ஐக் கணக்கிடவேண்டும். பிறகு திண்நீள் உருளைகளையும் உள்ளீடற்ற நீள் உருளைகளையும் ஒன்றுக்கொன்று இடம் மாற்றி, சராசரி அலைவுநேரம் T_2ஐக் கணக்கிட வேண்டும். தொங்கு கம்பியின் நீளம் l எனவும், ஆரம் r எனவும், I_0, I_1, I_2 முறையே நீள் உருளைக் குழல், திண் நீள் உருளை, உள்ளீடற்ற நீள் உருளை ஆகியவற்றின், அதனதன் மைய வழியே நீளத்திற்குச் செங்குத்தாகச் செல்லும் கோடு பற்றிய நிலைமத் திருப்புதிறன் எனவும், உருளைகளின் நீளம் a எனவும், திண் நீள் உருளை, உள்ளீடற்ற நீள் உருளை ஆகியவற்றின் நிறை முறையே m_1, m_2 எனவும் கொண்டிடின், உள்ளீடற்ற நீள் உருளைகள் வெளிமுனைகளில் இருக்கும்போது, அமைப்பின் மொத்த நிலைமத் திருப்புதிறன்

$$I = I_0 + I_1 + I_2 + 2m_1 \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 2m_2 \left(\frac{3a}{2}\right)^2 \qquad (1)$$

திண்நீள் உருளைகள் வெளிமுனைகளில் இருக்கும்போது, அமைப்பின் மொத்த நிலைமத் திருப்புதிறன்

$$I' = I_0 + I_1 + I_2 + 2m_1 \left(\frac{3a}{2}\right)^2 + 2m_2 \left(\frac{a}{2}\right)^2 \qquad (2)$$

சமன்பாடு (2)-லிருந்து (1)ஐக் கழிக்க,

$$I' - I = 4\,(m_1 - m_2)\,a^2 \qquad (3)$$

$$\text{மேலும் } T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I.2l}{\pi n r^4}} \qquad (4)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I'.2l}{\pi n r^4}} \qquad (5)$$

சமன்பாடுகள் (4), (5)-க்கு இருமடி கண்டு, ஒன்றிலிருந்து மற்றதனைக் கழிக்க,

$$T_2^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2 \times 2l}{\pi n r^4}(I' - I)$$

$$\therefore\ n = \frac{8\pi l\,(I' - I)}{(T_2^2 - T_1^2)r^4}$$

$$= \frac{8\pi l\cdot 4(m_4 - m_2)a^2}{(T_2^2 - T_1^2)r^4}$$

$$= \frac{32\pi l a^2(m_1 - m_2)}{(T_2^2 - T_1^2)r^4}$$

முறுக்குத் தராசு (Torsion balance)

எங்ஙனம் ஒரு பௌதிகத் தராசு கொண்டு இரு பொருள்களின் நிறைகளை ஒப்புக்காண முடிகின்றதோ, அங்ஙனம் ஒரு முறுக்குத் தராசு கொண்டு செயற்படும் இரு இரட்டைகளை ஒப்புக்காண முடியும். இத் தராசில், தொங்கும் கம்பியொன்றின் மேல்முனை நிலையாகப் பிணைக்கப் பட்டு, கீழ்முனையில் இரட்டையொன்று செயற்படக்கூடிய முறையில் ஓரமைப்பு உள்ளது. விளையும் முறுக்கினைக் கணக்கிட ஒரு கோண அளவுகோலும், குறிமுள்ளும் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. C_1 எனும் இரட்டை θ_1 அளவு முறுக்கினையும், C_2 எனும் இரட்டை θ_2 அளவு முறுக்கினையும் விளைவிக்குமெனின், $\frac{C_1}{C_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$.

தராசுக்கு உணர்வு நுட்பத்தினை அதிகரிக்க வேண்டுமெனின் எளிதில் முறுக்கப்படக்கூடிய கம்பியினைப் பயன்படுத்த வேண்டும். இரு தராசுகளில் ஒரே அளவு முறுக்கினை விளைவிக்கும் இரு இரட்டைகளில் எது சிறிதோ, அது செயற்படும் தராசு உணர்வு நுட்பம் மிகுந்த தாதலின், உணர்வு நுட்பமும் இரட்டையும் எதிர்விகிதத்திலுள்ளன.

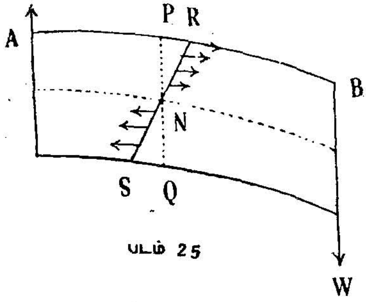
$$\therefore\ \text{உணர்வு நுட்பம்} \propto \frac{1}{C}$$

$$\propto \frac{2l}{\pi n r^4}.$$

ஆக உணர்வு நுட்பம் அதிகமாக, நீளம் l பெருக வேண்டும்; ஆரம் r குறைய வேண்டும்; விறைப்புக் குணகம் n குறைவாயுள்ள கம்பி பயன் படுத்தப்படவேண்டும்.

தண்டு வளைதல் (Bending of beams)

சீரான குறுக்குப் பரப்புடைய நீண்டதொரு தண்டின் ஒரு முனையைக் கிடைமட்டமாக விறைப்பான பளுதாங்கும் பொருளொன்றோடு முடுக்கி, மறுமுனையில் எடையேற்றினால் அது வளைகிறது. தண்டின் ஒரு முனையிலுள்ள எடையும், அத் தண்டு பொருத்தப்பட்டுள்ள இடத்தில் செயற்படும் எதிர்விசையும் (reaction) சேர்ந்து ஓர் இரட்டையை விளைவிக்கின்றன. இது வளைவு இரட்டை (bending couple) எனப்படும். இவ் விரட்டையின் திருப்புதிறனால் தண்டு வளைகிறது. வளைவு இரட்டை செயற்படும் தளமே வளைவு தளம் (plane of bending) எனப்படுகிறது. படம் 25-ல் தாளின் தளமே வளைவு தளமாகும். தண்டின் வெளிப்புறத்தில் செயற்படும் இப் புற இரட்டையின் திருப்புதிறனானது புற வளைவுத் திருப்புதிறன் (external bending moment) எனப்படும்.



படம் 25

வளைவு இரட்டையால் தண்டு வளைந்தால், மேற்பாதியிலிருக்கும் தண்டின் இழைகள் (filaments) நீட்டப்பட்டும் கீழ்ப் பாதியிலிருக்கும் இழைகள் இறுக்கப்பட்டுமிருக்கும். இவற்றுக்கிடையே ஓரிழை நீட்டப்படாதும் இறுக்கப்படாதுமிருக்கும். அத்தகைய இழை நடுநிலை இழை (neutral filament) என்றும், இந் நடுநிலை இழையைக் கொண்ட தண்டின் அச்சு நடுநிலை அச்சு (neutral axis) என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. ஒருபடித்தான தண்டொன்றின் நடுநிலை அச்சு அதன் வடிவியல் அச்சாகும் (geometric axis).

தண்டின் CD என்ற பகுதியை எடுத்துக்கொண்டால் புற வளைவு திருப்புதிறனால் நடுநிலை அச்சிற்கு (N) மேற்புறமுள்ள இழைகள் நீட்டப்பட்டும் கீழ்ப்புறமுள்ளவை இறுக்கப்பட்டுமிருக்கும். இதில் செயற்படும் நீட்சி விசைகள் தண்டிலுள்ள பல்வேறு இழைகளுக்கு இணையாகவிருப்பதோடன்றி N-லிருந்து அவை செயற்படும் புள்ளியின் தொலைவு அதிகமாயின் அவ் விசைகளின் அளவும் அதிகமாகிறது. இங்ஙனம் தண்டினுள் இணையாகச் செயற்படும் விசைகளைப் பல இரட்டைகளாகப் பிரிக்கலாம். இவ் விரட்டைகள் CD-யை EF-க்குத் திருப்புகின்றன. இவ் விரட்டைகளின் திருப்புதிறன்களின் கூட்டுத்தொகை புற வளைவுத் திருப்புதிறனுக்குச் சமனாகும்.

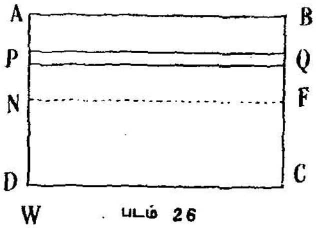
‘ வளைந்த தண்டொன்றில் விளைவிக்கப்படும் இரட்டைகளின் மொத்த திருப்புதிறன் அதன் அகவளைவுத் திருப்புதிறன் ” (internal

bending moment) எனப்படும். இது புற வளைவு இரட்டையால் ஏற்படும் மாற்றத்தைத் தடைசெய்ய முற்படுகிறது.

வளைவு இரட்டை செயற்பட்டு, தண்டு சமநிலையிலிருக்கும்போது அதன் புற திருப்புதிறன் அக திருப்புதிறனுக்குச் சமனாகும்.

வளைவு திருப்புதிறனுக்கு வாய்பாடு (Expression for the bending moment)

வளைக்கப்பட்ட தண்டொன்றில் அதன் வடிவியல் அச்சிற்குச் செங்குத்தாக $ABCD$ என்ற குறுக்குப் பரப்பை எடுத்துக் கொள்வோம். இதில் NF என்பது நடுநிலை இழைப் பகுதியாகும். தண்டு வளைக்கப்பட்டிருக்கும்போது, நடுநிலை இழைப் பகுதிக்கு மேலுள்ள ஒவ்வோர் இழையும் நீட்சித் தகைவுகளால் நீட்டப்பட்டிருக்கும். இந் நீட்சித் தகைவுகள் தாளிற்குச் செங்குத்தாகத் தாளிலிருந்து வெளிப்புறமாகச் செயற்படும் NF-க்குக் கீழுள்ள ஒவ்வோர் இழையும் தண்டில் செயற்படும் தகைவுகளால் இறுக்கப்பட்டிருக்கும்.



படம் 26

இத் தகைவுகள் தாளிற்குச் செங்குத்தாகத் தாளின் உட்புறமாகச் செயற்படும். தண்டின் எந்தவோர் இழையிலும் ஏற்படும் திரிபு, நடுநிலை அச்சிலிருந்து அதன் தொலைவிற்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, குறுக்குப் பரப்பளவு ds உள்ளதும் P-யை தன்னகத்தேயுடையதுமாகிய ஓர் இழையை எடுத்துக் கொள்வோம். அவ்விழையில் தோன்றும் திரிபு

$$e \propto PN$$

அல்லது $e = \alpha \, . \, PN$ இதில் α ஒரு மாறிலி.

தண்டில் தகைவு நீட்சித் தகைவாகவும், திரிபு நீட்சித் திரிபாகவும் இருப்பதால் இதனோடு தொடர்புடைய குணகம் யங் குணகமாகும், (q) எனவே,

அவ்விழையின் குறுக்குப் பரப்பில் செயற்படும் தகைவு $\} = q \times$ திரிபு

$= q \, . \, \alpha \, . \, PN$

அவ் விழையில் செயற்படும் விசை $= q \, . \, \alpha \, . \, PN \, . \, ds$

நடுநிலை இழையைப் பற்றிய அவ் விசையின் திருப்புதிறன் $\} = (q \, . \, \alpha \, . \, PN \, . \, ds) \, PN$

தண்டின் குறுக்குப் பரப்பில் செயற்படும் எல்லா விசைகளின் மொத்த திருப்பு திறனே அதன் வளைவு திருப்பு திறனாகும்.

எனவே,

$$\text{வளைவு திருப்பு திறன்} = \Sigma q \cdot \alpha \cdot PN^2 \, ds$$
$$= q \cdot \alpha \, \Sigma \, PN^2 \, ds$$

ஆனால், Σmr^2 என்பது நிலைமத் திருப்புதிறன் (moment of inertia) என்றும் அது Mk^2-க்குச் சமமென்றும் நாமறிவோம். மேலே கண்ட $\Sigma \, ds \, . \, PN^2$-ம் அத்தன்மையதேயாகும். இது வடிவியல் நிலைமத் திருப்புதிறன் (geometric moment of inertia) எனப்படும்.

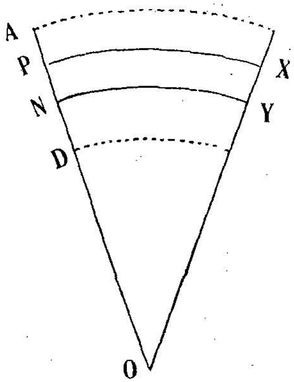
மேலும்,

$$\Sigma \, ds \, . \, PN^2 = Ak^2$$

இதில் A என்பது தண்டின் குறுக்குப் பரப்பளவு; k^2 என்பது குறுக்குப் பரப்பில் சுழலியக்க ஆரத்தின் இருமடி.

$$\text{எனவே, வளைவு திருப்புதிறன்} = q \, . \, \alpha \, . \, Ak^2 \qquad (1)$$

இனி, தண்டின் நீட்டக் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பின் ஒரு பகுதியை எடுத்துக் கொள்வோம். படம் 27-ல் NY என்பது நடுநிலை இழை; PX



படம் 27

என்பது மற்றோரிழை; O என்பது வளைக்கப்பட்ட தண்டின் வளைவு மையம்; NO என்பது அதன் வளைவு ஆரம்.(ρ). PXO, NYO ஆகிய இரு பகுதிகளையும் ஒப்பிடுவோமாயின்,

$$\frac{PX}{NY} = \frac{PO}{NO} \qquad (2)$$

அல்லது, $\frac{PX-NY}{NY} = \frac{PO-NO}{NO}$

$$= \frac{PN}{NO}$$

$$= \frac{PN}{\rho} \qquad (3)$$

மேலும், $\frac{PX-NY}{NY} = \frac{\text{நீள மாற்றம்}}{\text{தொடக்க நீளம்}} = e$ திரிபு (4)

சமன்பாடுகள் (3) (4) லிருந்து

$$e = \frac{PN}{\rho}$$

ஆனால், திரிபு $e = \alpha . PN$

$$\therefore \quad \alpha . PN = \frac{PN}{\rho}$$

அல்லது $\alpha = \frac{1}{\rho}$ (5)

சமன்பாடு (1)ல் α-க்கு மாற்றீடு செய்ய,

வளைவு திருப்புதிறன் $= \frac{qAk^2}{\rho}$

நேர்வு (1) : அகலம் 'b'-யும் தடிமன் 'd'-யும் உள்ள ஒரு நீள் சதுரத் தண்டிற்கு

$$A = bd; \quad k^2 = \frac{d^2}{12}; \quad \therefore \; Ak^2 = \frac{bd^3}{12}$$

நேர்வு (2) : ஆரம் 'r' உள்ள ஒரு வட்டத் தண்டிற்கு (circular beam)

$$A = \pi r^2; \quad k^2 = \frac{r^2}{4}; \quad \therefore \; Ak^2 = \frac{\pi r^4}{4}$$

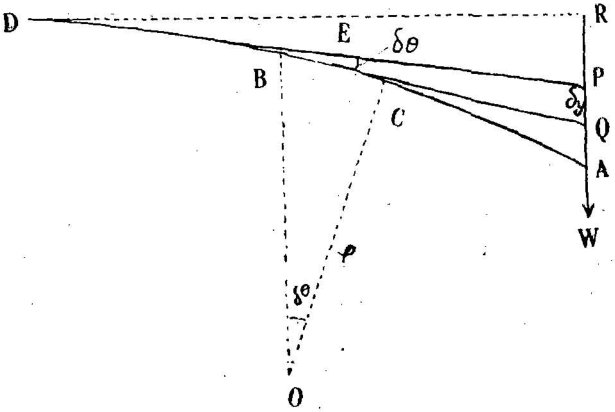
நேர்வு (3) : உள் ஆரம் 'r_1'-ம் வெளி ஆரம் 'r_2'-ம் உள்ள ஒரு வட்டக் குழாய்க்கு

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2); \; k^2 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{4}; \quad \therefore \; Ak^2 = \frac{\pi}{4}(r_2^2 - r_1^2)^2$$

வளைசட்டமொன்றின் எடையேற்றப்பட்ட முனையிறக்கம் (Depression of the loaded end of a cantilever)

சட்டமொன்று கிடைமட்டமாக ஒரு முனையில் விறைப்பான பளு தாங்கும் பொருளொன்றோடு முடுக்கப்பட்டு மறுமுனையில் எடையேற்றப்

படின், அது ஒரு வளைசட்டம் எனப்படும். படம் 28-ல் சட்டத்தின் ஒரு முனை D-யில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. DR என்பது சட்டத்தின் தொடக்கநிலை. R-ல் எடை (W) ஏற்றப்பட்டால் அம் முனை A-க்கு இறங்குகிறது. இதில் RA என்பது எடையேற்றப்பட்ட முனையிறக்க



படம் 28

மாகும். இதை 'y' என்றும், சட்டத்தின் நீளத்தை 'l' என்றும் கொள்வோம். மேலும் சட்டத்தின் ஒரு சிறு பகுதி BC-யின் நீளத்தை δx எனவும் A-யிலிருந்து இப் பகுதியின் தொலைவை (AC) x எனவும் அதன் வளைவு ஆரம் 'ρ' எனவும் கொள்வோம்.

சிறு பகுதி BC-யைப் பற்றிய வளைக்கும் விசையின் திருப்புதிறன் $\} = W \cdot x$

அப்பகுதியில் உள்ள வளைவு திருப்புதிறன் $\} = \dfrac{qAk^2}{\rho}$

$$\text{எனவே,} \quad Wx = \frac{qAk^2}{\rho} \qquad (1)$$

குறிப்பிட்ட ஓர் எடைக்கு, W, q, A, k^2 ஆகியவை மாறிலிகளாகும். எனவே $x \propto \dfrac{1}{\rho}$. அதாவது, வளைக்கப்பட்ட சட்டத்தின் வெவ்வேறு பகுதிகளும் வெவ்வேறு வளைவு ஆரங்களுடையவையாகும். இந்நிலையில் சட்டம் சீரற்று (non-uniformly) வளைக்கப்பட்டுள்ளதாகக் கூறப்படுகிறது.

சிறு பகுதி BC-யின் இரு முனைகளிலும் வரையப்படும் தொடுகோடுகள் (BP, CQ) E-ல் சந்திப்பதாகக் கொள்வோம். $\angle PEQ = \delta\theta$ எனின், $\angle BOC = \delta\theta$.

$$\delta\theta = \frac{PQ}{EP} = \frac{\delta y}{x} \quad \text{(சற்றேறத்தாழ)}$$

அதோடன்றி, $$\delta\theta = \frac{BC}{BO} = \frac{\delta x}{\rho} \qquad (2)$$

எனவே, $$\frac{\delta x}{\rho} = \frac{\delta y}{x}$$

அல்லது, $$\frac{1}{\rho} = \frac{\delta y}{x \cdot \delta x}$$

$$\therefore \; Wx = qAk^2 \cdot \frac{\delta y}{x \cdot \delta x}$$

அல்லது, $$\delta y = \frac{Wx^2 \delta x}{qAk^2}$$

எனவே, வளைசட்டத்தின் எடையேற்றப்பட்ட முனையின் மொத்த இறக்கம்

$$y = \int_O^l \frac{Wx^2 \delta x}{qAk^2}$$

அதாவது $$y = \frac{Wl^3}{3qAk^2} \qquad (3)$$

வளைசட்டத்தின் இரு முனைகளிலும் வரையப்படும் தொடுகோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

படம் 28-ல் சிறு பகுதி BC-யின் இரு முனைகளிலும் வரையப்படும் தொடுகோடுகளுக்கிடையே உள்ள கோணம் $\delta\theta$, அப்பகுதியின் வளைவு மையத்தில் விளையும் கோணத்திற்குச் சமம் என்று கண்டோம். மேலும் சமன்பாடு (2)-ன்படி,

$$\delta\theta = \frac{\delta x}{\rho}$$

சமன்பாடு (1)-ன்படி $$\frac{1}{\rho} = \frac{Wx}{qAk^2}$$

$$\therefore \; \delta\theta = \frac{Wx\delta x}{qAk^2}$$

எனவே, வளைக்கப்பட்ட வளைசட்டத்தின் முனைகளில் வரையப்படும் தொடுகோடுகளுக்கிடையே உள்ள கோணம்,

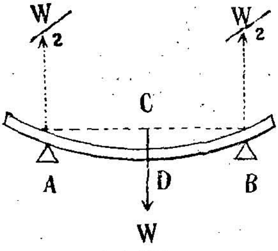
$$\theta = \int_O^l \frac{Wx \cdot \delta x}{qAk^2}$$

$$\text{அதாவது,}\quad \theta = \frac{W}{qAk^2}\int_0^l x \,.\, \delta x$$

$$\therefore\ \theta = \frac{Wl^2}{2qAk^2} \qquad (4)$$

நடுவில் எடையேற்றப்பட்ட ஒரு தண்டின் மைய இறக்கம்

ஒரு தண்டை ஒத்தியைவாக (symmetrically) ஒரே கிடை மட்டத்திலுள்ள இரு கத்தி முனைகள் A, B தாங்கி நிற்பதாகக் கொள்வோம் [படம் 29]. தண்டின் மையத்தில், அதாவது C-யில் W என்ற எடை செயற்பட்டால் அது D-க்கு இறங்குகிறது. அதன் இறக்கம் $CD=y$ ஆகும். $AB=l$ எனக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு கத்தி முனையிலும் ஏற்படும் எதிர்விசை $\frac{W}{2}$ ஆகும்.



படம் 29

தண்டின் DA என்ற பகுதியை A-ல் விசை $\frac{W}{2}$ மேல்நோக்கி செயற்படும் $\frac{l}{2}$ நீளமுள்ள ஒரு வளைசட்டமாகக் கொள்ளலாம். எனவே, சமன்பாடு (3)-ன்படி, D-யைவிட A-யின் ஏற்றம்

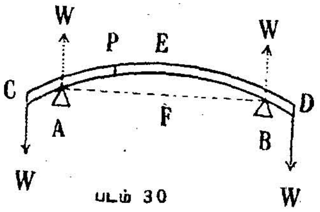
$$y = \frac{\left(\frac{W}{2}\right)\left(\frac{l}{2}\right)^3}{3qAk^2}$$

$$= \frac{Wl^3}{48qAk^2} \qquad (5)$$

தண்டு சீராக வளைதல் (Uniform bending of a beam)

ஒரு தண்டை ஒத்தியைவாக ஒரே கிடைமட்டத்திலுள்ள ஒரு கத்தி முனைகள் A, B தாங்கிநிற்பதாகக் கொள்வோம் (படம் 30). தண்டின் இரு முனைகளிலும் (C, D) சம எடைகள் W, W செயற்பட, கத்தி

முனைகள் ஒவ்வொன்றிலும் ஏற்படும் எதிர்விசை W ஆகும். இது மேல்நோக்கிச் செயற்படும். $AB=l$ என்றும் $AC=a$ என்றும் கொள்வோம்.



படம் 30

தண்டின் ஒரு பகுதியான EC-ன் சமநிலைக்கு, அதிலுள்ள P என்ற பகுதியை எடுத்துக்கொள்வோமாயின்,

$$\left.\begin{array}{l}\text{P ஐப்பற்றி அதன் புறவளைவுத்} \\ \text{திருப்புதிறன்}\end{array}\right\} = W \cdot CP - W \cdot AP$$

$$= W\,(CP - AP)$$

$$= W \cdot CA$$

$$= W \cdot a$$

சமன்பாடு (1)-ன்படி,

$$\text{தண்டின் வளைவுத் திருப்புதிறன்} = \frac{qAk^2}{\rho}$$

$$\text{எனவே,} \quad Wa = \frac{qAk^2}{\rho} \qquad (6)$$

ஒரு குறிப்பிட்ட எடைக்கு W மாறிலியாகும். மேலும் a, A, k^2 ஆகியவையும் மாறிலிகளாதலால் ρ-வும் மாறிலியே. எனவே, தண்டின் ஒவ்வொரு பகுதியும் ஒரே வளைவு ஆரமுடையதாக வளைக்கப்பட்டுள்ளது.

அதாவது, தண்டு சீராக வளைக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் நாமறிந்த வட்டத்தின் வடிவியல்படி,

$$EF\,(2\rho - EF) = AF^2$$

$$y(2\rho - y) = \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$y^2\text{-ஐப் புறக்கணிக்க,} \quad y \cdot 2\rho = \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$\text{அல்லது} \quad y = \frac{l^2}{8\rho}$$

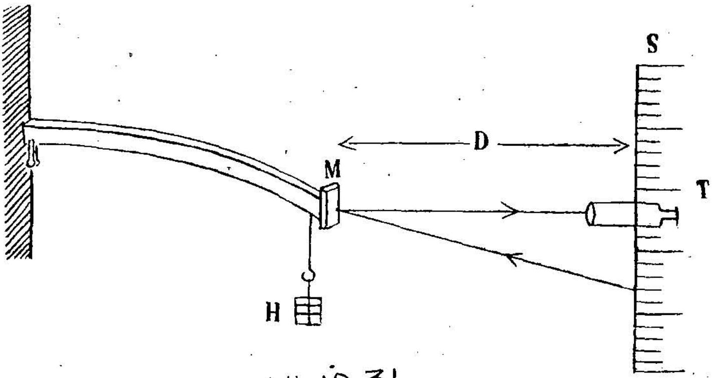
சமன்பாடு (6)-லிருந்து ρ-வின் மதிப்பை மாற்றீடு செய்ய

$$y = \frac{l^2}{8} \cdot \frac{Wa}{qAk^2}$$

$$\text{எனவே,} \quad y = \frac{Wal^2}{8qak^2} \qquad (7)$$

வளைத்தல் முறையில் யங் குணகம் காணல்

(1) வளைசட்ட விலக்க முறை : யங் குணகம் காணப்படவேண்டிய தண்டின் ஒரு முனை நிலையான ஓரிடத்தில் நன்ருக முடுக்கப்பட வேண்டும். அதன் மறுமுனையில் குறுக்குப் பரப்பு முகப்பில் ஒரு சிறு சமதள ஆடியை மெழுகுகொண்டு பொருத்தி, அதே முனையில் ஆடிக்குக் கீழுள்ள கொக்கியில் ஓர் எடை தாங்கியைத் தொங்கவிட வேண்டும் (படம் 31). ஆடிக்கெதிரில் செங்குத்தான அளவுகோலுடன்



படம் 31

தொலைநோக்கியொன்றும் வைக்கப்பட வேண்டும். ஒவ்வொரு முறையும் 'M' கிராமை எடைத்தாங்கியிலிட்டு அந்தந்த எடைக்கு ஆடி எதிரொளிக்கும் அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைத் தொலைநோக்கி வழியே கண்டு, அதைக் குறித்துக்கொள்ள வேண்டும். பின்னர் ஒவ்வொரு முறையும் M கிராமாக நிறையைக் குறைத்து, ஆடி எதிரொளிக்கும் அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக்கொள்ள வேண்டும். இவற்றை அடுத்த பக்கத்திற் கண்டவாறு அட்டவணைப் படுத்தலாம். பயன்படுத்தப்பட்ட தொடக்க எடையினை 'X' எனக் கொள்வோம்.

தொடர் எண்	எடை	அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவு			M (=3m) கிராமுக்குக் காட்சிப் பதிவில் பெயர்ச்சி
		எடை அதிகமாக	எடை குறைய	சராசரி	
1	X				
2	$X+m$				
3	$X+2m$				
4	$X+3m$				
5	$X+4m$				
6	$X+5m$				
7	$X+6m$				

அட்டவணையின் கடைசிப் பத்தியிலுள்ள காட்சிப் பதிவுப் பெயர்ச்சிகளின் சராசரியை 's' எனவும் அளவுகோலிலிருந்து ஆடியின் தொலைவை 'D' எனவும் கொண்டிடின், எடை Mg-க்கு ஆடி விலகும் கோணம் $= \frac{s}{2D}$. அதே எடை Mg-க்கு வளைசட்டம் வளையும்போது, அதன் இரு முனைகளிலும் வரையப்படும் தொடுகோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணமும் இதுவேயாகும். நாம் முன்பே கண்டபடி இக்கோணம்

$$\theta = \frac{Wl^2}{2qAk^2}$$

$$\therefore \frac{s}{2D} = \frac{Mgl^2}{2q \cdot b \cdot d \cdot \frac{d^2}{12}} \quad \text{(ஒரு நீள்சதுரத் தண்டிற்கு)}$$

$$\text{அல்லது, } q = \frac{12Mgl^2D}{bd^3s}$$

வளை சட்டத்தின் நீளம் l, அகலம் b, தடிமன் d ஆகியவற்றினைத் துல்லியமாக அளந்து தண்டினுடைய யங் குணகத்தைக் கணக்கிடலாம். ஏற்றப்பட்ட பெரும எடையால் விளையும் வளைசட்டத்தின் வளைவு மீட்சி எல்லைக்குள்ளிருக்க வேண்டுவது இன்றியமையாததாகும்.

(2) **வளை சட்ட இறக்க முறை :** மேற்கண்ட சோதனையிலுள்ள சமதள ஆடியை அகற்றி, அம் முனையில் மெழுகு கொண்டு குண்டூசி ஒன்றைச் செங்குத்தாகப் பொருத்த வேண்டும். ஓர் இயங்கு நுண்ணோக்கியை அதன் எதிரில் வைத்துக் குண்டூசி முனையின் பிம்பம் நுண்ணோக்கியிலுள்ள கிடைமட்டக் குறுக்கிணைக் கம்பியைத் தொடுமாறு சரிசெய்யப்பட வேண்டும். ஒவ்வொரு முறையும் 'm' கிராம் நிறையைத் தாங்கியிலிட்டு, நுண்ணோக்கியை நகர்த்தி, குண்டூசி முனையின்

பிம்பம் நுண்ணோக்கியிலுள்ள கிடைமட்டக் குறுக்கிழைக் கம்பியைத் தொடுமாறு அமைத்து, நுண்ணோக்கியின் செங்குத்து அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவேண்டும். பின்னர், ஒவ்வொரு முறையும் 'm' கிராம் நிறையைக் குறைத்தும் நுண்ணோக்கியின் செங்குத்து அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக்கொள்ள வேண்டும். இக் குறிப்புகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப் படுத்தலாம்.

தொடர் எண்	எடை	நுண்ணோக்கியில் காட்சிப் பதிவு			$M(=3m)$-க்கான இறக்கம் y
		எடை அதிகமாக	எடை குறைய	சராசரி	
1	X				
2	$X+m$				
3	$X+2m$				
4	$X+3m$				
5	$X+4m$				
6	$X+5m$				
7	$X+6m$				

கடைசிப் பத்தியிலிருந்து M-க்கான சாராசரி இறக்கத்தைக் (y) காணவேண்டும். வளை சட்டம் முடுக்கப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து குண்டூசி பொருத்தப்பட்ட புள்ளிவரையுள்ள தொலைவினைக் (l) காணவேண்டும்.

$$y = \frac{(M \cdot g)l^3}{3qAk^2}$$

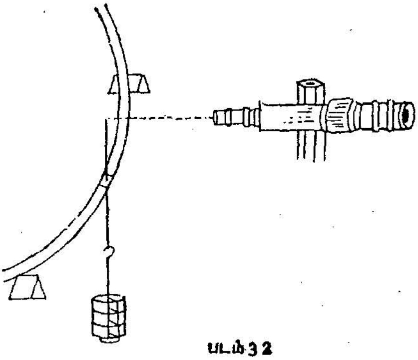
$$= \frac{(Mg)l^3}{3q \cdot bd \cdot \frac{d^2}{12}} \quad \text{(ஒரு நீள் சதுரத் தண்டிற்கு)}$$

$$\therefore q = \frac{4(Mg)l^3}{bd^3y}$$

வளைசட்டத்தின் அகலம் b, தடிமன் d ஆகியவற்றைத் துல்லியமாக அளந்து வளைசட்டத்தின் யங் குணகத்தைக் கணக்கிடலாம். ஏற்றப்பட்ட பெரும எடையால் விளையும் வளை சட்டத்தின் வளைவு மீட்சி எல்லைக்குள்ளிருக்க வேண்டுவது இன்றியமையாததாகும்.

(3) சீரற்று வளைத்தல் முறை: யங் குணகத்தைக் காண வேண்டிய தண்டினைக் கிடைமட்டமாக இரு கத்திமுனைகளின்மேல் ஒத்தியைவாக வைத்தல் வேண்டும். நூலின் உதவி கொண்டு எடை தாங்கியொன்றைத் தண்டின் மையத்திலிருந்து தொங்கவிட வேண்டும்.

அம்மையத்திலேயே குண்டூசியொன்றை மெழுகு கொண்டு செங்குத்தாகப் பொருத்தி, அதனெதிரில் இயங்கு நுண்ணோக்கியொன்றையும் வைத்தல் வேண்டும் (படம் 32). இயங்கு நுண்ணோக்கியின் வழியே குண்டூசியின் பிம்பம் கிடைமட்டக் குறுக்கிணைக் கம்பியைத் தொடும்படி அமைத்தல் வேண்டும்.



படம் 32

ஒவ்வொரு முறையும் m கிராம் நிறையை எடைதாங்கியிலிட்டு, இயங்கு நுண்ணோக்கியை மேற்கண்டபடி சரிசெய்து, அதன் செங்குத்து அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். பின்னர் ஒவ்வொருமுறையும் m கிராம் நிறையைக் குறைத்தும் அதற்கான காட்சிப் பதிவினைக் குறித்தும்கொள்ள வேண்டும். இவற்றைக் கீழ்க்கண்டபடி அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

தொடர் எண்	எடை	நுண்ணோக்கியில் காட்சிப் பதிவு			$M(=3m)$-க்கான இறக்கம் y
		எடை அதிகமாக	எடை குறைய	சராசரி	
1	X				
2	$X+m$				
3	$X+2m$				
4	$X+3m$				
5	$X+4m$				
6	$X+5m$				
7	$X+6m$				

அட்டவணையின் கடைசிப் பத்தியிலிருந்து எடை Mg-க்கான சராசரி இறக்கத்தைக் (y) காணவேண்டும். இரு கத்திமுனைகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவை (l) அளக்க வேண்டும். பின்னர், வர்னியர் அளவியால் தண்டின் அகலம் b, தடிமன் d ஆகியவற்றைக் காண வேண்டும்.

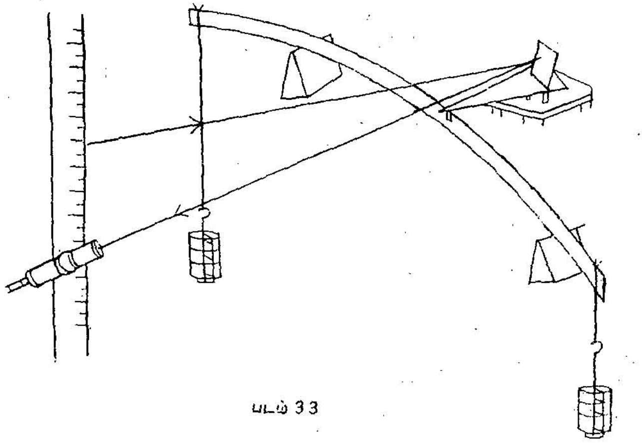
$$y = \frac{Wl^3}{48qAk^2}$$

இங்கு, $$y = \frac{(Mg)l^3}{48 \cdot qbd \cdot 12} d^2$$ [நீள் சதுரத் தண்டிற்கு]

$$\therefore q = \frac{(Mg)l^3}{4ybd^3}$$

இங்ஙனம் தண்டின் யங் குணகத்தைக் கணக்கிடலாம். ஏற்றப் பட்ட பெரும எடையால் விளையும் தண்டின் வளைவு மீட்சி எல்லைக் குள்ளிருக்க வேண்டுவது இன்றியமையாததாகும்.

(4) சீராக வளைத்தல் முறை (Uniform bending): யங் குணகம் காணப்படவேண்டிய கிடைமட்டமாக இரு கத்திமுனைகளின் மேல் ஒத்தியைவாக வைத்தல் வேண்டும். (அதாவது, ஒவ்வொரு கத்திமுனைக்கப்பாலும் உள்ள தண்டின் பகுதி ஒரே அளவினதாக இருத்தல் வேண்டும்.) தண்டின் ஒவ்வொரு முனையிலிருந்தும் 1 செ.மீ. தொலைவில் இரு கம்பிவளையங்கள் பொருத்தப்பட வேண்டும். கத்தி முனையிலிருந்து கம்பி வளையத்தின் தொலைவு இரு புறத்திலும் சமமா யிருத்தல் வேண்டும். சம எடையுள்ள இரு எடை தாங்கிகளை அவ் வளையங்களில் தொங்கவிட வேண்டும். தண்டின் மையத்தின் ஏற்றத்தை ஒரு குண்டூசியையும் இயங்கு நுண்ணோக்கியையும் (மேற்கண்ட சோதனைகளில் பயன்படுத்தியதுபோன்று) பயன்படுத்திக்



படம் 33

காணலாம். ஆனால், தண்டின் மையத்தின் ஏற்றத்தை ஒளியியல் முறையால் மிகத் துல்லியமாகக் காணலாம். ஓர் ஒற்றை ஒளியியல் நெம்புகோலின் (single optic lever) முன்கால் தண்டின் மையத் திலும், மற்றவிரு பின்கால்களும் தனியே அமைக்கப்பட்ட ஒரு தாங்கி யிலும் இருக்கும்படிச் செய்தல் வேண்டும் (படம் 33).

ஒளியியல் நெம்புகோலின் முன்பாக ஒரு செங்குத்தான அளவு கோலையும் தொலைநோக்கியையும் வைத்து, அந் நெம்புகோலிலுள்ள ஆடியால் எதிரொளிக்கப்பட்ட அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைத் தொலைநோக்கி வழியே காணல் வேண்டும். இரு எடைதாங்கிகளிலும் 'm' கிராம் நிறையை ஒரே சமயத்திலிட்டு, தொலைநோக்கி வழியாக அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவேண்டும். ஒவ்வொரு முறையும் இரு எடைதாங்கிகளிலும் m கிராம் நிறையை அதிகரித்து அதற்கான காட்சிப் பதிவுகளைக் காணவேண்டும். பின்னர், ஒரே சமயத்தில் m கிராம் நிறையை இரு எடைதாங்கிகளிலிருந்தும் குறைத்து, மேற்கண்டபடி அவற்றின் காட்சிப் பதிவுகளைக் காண வேண்டும். இவற்றைக் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

தொடர் எண்	எடை	தொலைநோக்கி வழியே கண்ட காட்சிப் பதிவுகள்			காட்சிப் பதிவில் ($m = 3m$)-க்கான பெயர்ச்சி 's'
		எடை அதிகமாக	எடை குறைய	சராசரி	
1	X				
2	$X+m$				
3	$X+2m$				
4	$X+3m$				
5	$X+4m$				
6	$X+5m$				
7	$X+6m$				

அட்டவணையின் கடைசிப் பத்தியிலிருந்து காட்சிப் பதிவில் Mg-க்கான சராசரிப் பெயர்ச்சியைக் (s) காண வேண்டும். ஒளியியல் நெம்புகோலின் முன்காலுக்கும் பின்னிரு கால்களுக்குமுள்ள செங்குத்துத் தொலைவையும் (p), நெம்புகோலின் ஆடிக்கும் அளவுகோலுக்குமுள்ள தொலைவையும் (D) காண வேண்டும். பின், Mg எடைக்கான ஏற்றம்

$$y = \frac{ps}{2D}$$

இரு கத்திமுனைகளுக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவையும் (l), ஒரு கத்திமுனையிலிருந்து அதற்கருகிலுள்ள எடையேற்றப்பட்ட புள்ளிக்குள்ள தொலைவை (a)-யும் காணல் வேண்டும்.

$$\text{இங்கு,}\quad y = \frac{Wal^2}{8qAk^2}$$

அதாவது,

$$\frac{ps}{2D} = \frac{(Mg)\,al^2}{8\,.\,q\,.\,bd\,.\,\frac{d^2}{12}} \quad \text{(நீள் சதுரத் தண்டிற்கு)}$$

$$\therefore\quad q = \frac{3\,(Mg)\,al^2\,.\,D}{ps\;bd^3}$$

தண்டின் அகலம் b, தடிமன் d ஆகியவற்றைத் துல்லியமாக அளந்து, அதன் யங் குணகத்தைக் கணக்கிடலாம். இம் முறையிலும், ஏற்றப்பட்ட பெரும எடையால் விளையும் வளைவு, மீட்சி எல்லைக்குள் ளிருக்கவேண்டுவது இன்றியமையாததாகும்.

ஒரு தண்டினை சீராக வளைக்க செய்யப்படும் வேலை

நீளம் 'l'-ம் குறுக்குப் பரப்பளவு 'A'-ம் யங் குணகம் 'q'-ம் உள்ள ஒரு தண்டானது ஒரு வளைவு இரட்டையால் சீராக வளைக்கப்படு வதாகக் கொள்வோம். குறுக்குப் பரப்பளவு δs-ம் தண்டின் நடுநிலைப் பரப்பிலிருந்து 'x' தொலைவிலும் உள்ள ஓரிழையை எடுத்துக்கொள் வோமாயின்,

$$\left.\begin{array}{r}\text{அவ்விழையை வளைக்}\\ \text{கச் செய்யப்படும் வேலை}\end{array}\right\} = \tfrac{1}{2}\,(\text{தகைவு})\,(\text{திரிபு})\,(\text{இழையின் பரும அளவு})$$

$$\text{ஆனால், யங் குணகம்}\ q = \frac{\text{தகைவு}}{\text{திரிபு}}$$

எனவே,

$$\left.\begin{array}{r}\text{இழையை வளைக்கச்}\\ \text{செய்யப்படும் வேலை}\end{array}\right\} = \tfrac{1}{2}\,q\,(\text{திரிபு})^2\,(\text{இழையின் பரும அளவு})$$

$$= \tfrac{1}{2}\,q\,(\propto x)^2\,(l\,.\,\delta s)$$

$$= \tfrac{1}{2}\,q\,.\,\propto^2 x^2\,.\,l\,.\,\delta s$$

$$= \tfrac{1}{2}\,q\,.\,\frac{l}{\rho^2}\,.\,x^2\,.\,\delta s\ \left[\text{ஏனெனில்}\ \propto\ = \frac{l}{\rho}\right]$$

$$\left.\begin{array}{r}\text{தண்டு முழுவதையும்}\\ \text{வளைக்கச் செய்யப்படும் வேலை}\end{array}\right\} = \Sigma\,\tfrac{1}{2}\,q\,.\,\frac{l}{\rho^2}\,.\,x^2\,.\,\delta s$$

$$= \tfrac{1}{2}\,q\,.\,\frac{l}{\rho^2}\,.\,\Sigma\,x^2\,.\,\delta s$$

$$= \tfrac{1}{2}\,q\,.\,\frac{l}{\rho^2}\,.\,Ak^2$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{qAk^2}{\rho}\,.\,\frac{l}{\rho}$$

இங்கு, $\frac{qAk^2}{\rho}$ வளைவுத் திருப்புதிறனாகும்; $\frac{l}{\rho}$ வளைக்கப்பட்ட தண்டு தனது வளைவு மையத்தில் விளைவிக்கும் கோணமாகும்.

எனவே,

தண்டை வளைக்கச் செய்யப்படும் வேலை } = ½ (வளைவுத் திருப்புதிறன்) (வளைவு மையத்தில் விளையும் கோணம்)

சீரற்று வளைக்கச் செய்யப்படும் வேலை

தண்டொன்றின் ஒருமுனை கிடைமட்டமாக, விறைப்பான பளு தாங்கும் பொருளொன்றோடு முடுக்கப்பட்டு அதன் மறுமுனையில் ஒரு விசை செயற்பட்டால் தண்டு வளைந்து அதன் முனை இறக்கமுறுகிறது. இது சீரற்ற வளைவாகும். அவ்விசையை அதிகரிப்பின், இறக்கமும் அதிகரிக்கும். ஒரு விசை W விளைவிக்கும் இறக்கம் 'y' ஆயின், அவ் விசையால் செய்யப்படும் வேலை $=\frac{1}{2} W . y$. இதுவே, வளைக்கப்பட்ட அத் தண்டின் நிலை ஆற்றலாகிறது. ஆனால், வளைசட்டமொன்றின் முனையிறக்கம் $y = \frac{Wl^3}{3qAk^2}$ என்பதை நாமறிவோம். இதிலிருந்து,

$$W = \frac{3q\ Ak^2}{l^3} . y$$

∴ சீரற்ற வளைவில் செய்யப்படும் வேலை $\Big\} = \frac{l}{2} \cdot \frac{3qAk^2}{l^3} \cdot y^2$

அதாவது,

சீரற்று வளைக்கப்பட்ட தண்டின் நிலை ஆற்றல் $\Big\} = \frac{3qAk^2}{2l^3} \cdot y^2$

வளைசட்டமொன்றின் அலைவுகள் (Oscillations of a cantilever)

நீளம் 'l' கொண்ட ஒரு வளைசட்டம் கிடைமட்ட நிலையில் அதன் ஒருமுனை விறைப்பான பளுதாங்கும் பொருளொன்றோடு முடுக்கப் பட்டு, மறுமுனையில் நிறை M வைக்கப்படவேண்டும். நிறையுள்ள முனையானது சிறிதளவு கீழிறக்கிப் பின் விடப்படின் வளைசட்டம் அலையும். அவ்வாறு அலையும்போது அதன் இடைநிலையில் நிறையுள்ள முனையின் இறக்கம் 'y' எனக் கொள்வோம். இந்நிலையில் வளைசட்டத் தின் இறக்கத்திற்கான விசை 'F' எனின்,

$$y = \frac{Fl^3}{3qAk^2}$$

அல்லது, $F = \frac{3qAk^2}{l^3} \cdot y$

வளைசட்டம் மேலும் சிறிதளவு (δy) இறங்கினால், இவ்விறக்கத்திற்கான நிறை மாறாததாகவே கொள்ளலாம். அதனால், செய்யப்பட்ட வேலை

$$\delta W = F \cdot \delta y$$

$$= \frac{3qAk^2}{l^3} \cdot y \cdot \delta y$$

நிறையிடப்பட்ட முனையிறக்கம் 'y' ஆக, செய்யவேண்டிய மொத்தவேலை

$$= \frac{3qAk^2}{l^3} \int_0^y y \cdot \delta y$$

$$= \frac{3qAk^2}{l^3} \cdot \frac{y^2}{2}$$

இதுவே அவ் வளைசட்டத்தின் நிலை ஆற்றலாகும்.

வளைசட்டத்தின் இயக்க ஆற்றல் அச் சட்டத்தின் ஒரு முனையில் வைக்கப்பட்ட நிறையில் முழுமையாக இருப்பதாகக் கொள்ளலாம். அதனால் அதன் இயக்க ஆற்றல் $\frac{1}{2}Mv^2$-க்குச் சமம். இங்கு அவ்வியக்க ஆற்றல் $= \frac{1}{2} M \left(\frac{dy}{dt}\right)^2$ ஆகும்.

ஆற்றல் மாறாக் கோட்பாட்டின்படி

$$\frac{1}{2} M \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3qAk^2}{l^3} \cdot y^2 = \text{மாறிலி.}$$

இச் சமன்பாட்டைப் பகுக்க,

$$\frac{1}{2} M \cdot 2 \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3qAk^2}{l^3} \cdot 2y\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\text{அல்லது} \quad \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{3qAk^2}{Ml^3} \cdot y = 0$$

இச் சமன்பாட்டால், வளைசட்டத்தின் இயக்கம் சீரிசை இயக்கமென அறிகிறோம். அதன் அலைவு நேரம்,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Ml^3}{3qAk^2}}$$

இங்கு, வளைசட்டத்தின் இயக்க ஆற்றல் அச்சட்டத்தின் முனையில் வைக்கப்பட்ட நிறையிலேயே முழுமையாகவிருப்பதாகக் கொண்டோம். எனினும், வளைசட்டத்தின் நிறையினையும் கணக்கிற் கொண்டாலன்றி அதன் அலைவுநேரத்திற்கான சமன்பாடு செம்மையானதாகாது.

எனவே, வளைசட்டத்தின் நிறை ' M ' எனில், அச் சட்டத்தின் அலைவு நேரத்திற்கான சமன்பாடு

$$T = 3\pi \sqrt{\frac{\left(M+\frac{M}{3}\right)l^3}{3qAk^2}}$$

என நிருபிக்கலாம்.

சோதனை செய்யும்போது, வளைசட்டத்தின் முனையில், முதலில் நிறை M_1ஐ வைத்து அதற்கான அலைவு நேரத்தைக் (T_1) கண்டு, பின்னர் நிறை M_2-க்கான அலைவு நேரத்தைக் (T_2) காணவேண்டும். ஆகவே,

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2\left(M_1+\frac{m}{3}\right)l^3}{3qAk^2}$$

$$T_2^2 = \frac{4\pi^2\left(M^2+\frac{m}{3}\right)l^3}{3qAk^2}$$

$$\therefore \quad T_2^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2}{3qAk^2}\,(M_2-M_1)\,l^3$$

$$\text{எனவே,}\quad q = \frac{4\pi^2}{3Ak^2}\cdot\frac{(M_2-M_1)}{(T_2^2-T_1^2)}\cdot l^3$$

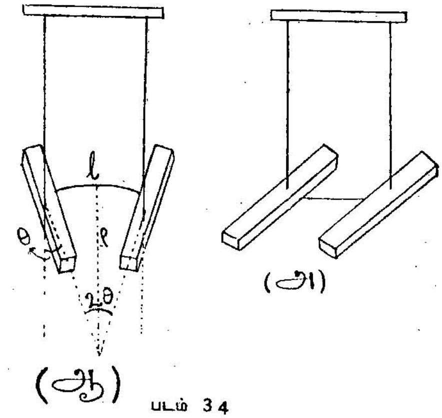
இதிலிருந்து, வளைசட்டத்தின் யங் குணகத்தைக் கணக்கிடலாம். இம்முறை சீரான குறுக்குப் பரப்பளவுள்ள குழாயின் யங் குணகத்தைக் காண்பதற்கும் ஏற்றதாகும்.

கம்பியொன்றுக்கு q, n, σ காணல்

சேர்ல் முறை (Searle's method)

(i) யங் குணகம் q காண : ஒரே அளவினதாயுள்ள, வடிவொத்த இரு நீள் சதுர (அல்லது நீள் உருளை) வடிவத் தண்டுகளை ஒரே கிடை மட்டத் தளத்தில் இருக்கும்படி, அவற்றின் மையங்களிலிருந்து முறுக்கற்ற நூல் (பட்டு நூல்) கொண்டு தொங்கவிட வேண்டும். மீட்சியல் மாறிலிகள் காணப்பட வேண்டிய கம்பியால் அவ்விரு தண்டுகளின் மையங்களும் இணைக்கப்படவேண்டும். கம்பியின் இருமுனைகளும் தண்டுகளின் மையங்களில் நன்கு திருகப்பட்டிருக்கவேண்டும். கம்பி சீராக வளைக்கப்பட்டு வட்டவில் வடிவிலிருக்கும்படி தண்டுகளின்

முனைகளை ஒன்றிணைத்துப் பின் விடின் அத் தண்டுகள் அலையும். அவ்வலைவுகள், கம்பி மீண்டும் மீண்டும் வளைந்து நிமிர்வதால் ஏற்படுகின்றன.



படம் 34

தண்டுகள் அலையும்போது, அவற்றின் சமநிலையிலிருந்து கோணம் θ உள்ள ஒரு நிலையில், வளைந்துள்ள கம்பி அதன் வளைவு மையத்தில் தோற்றுவிக்கும் கோணம் 2θ ஆகும். மேலும், இவ்வமைப்பின் நிலையாற்றல் முழுவதும் கம்பியிலிருப்பதாகவும், இயக்கவாற்றல் முழுவதும் தண்டுகளிலிருப்பதாகவும் கொள்ளலாம். இங்குத் தண்டுகளைத் தொங்கவிடப் பயன்படுத்தப்பட்ட நூல்கள் பட்டு நூல்கள்; அவை மீட்சியலற்றவை.

எனவே,

நிலையாற்றல் = கம்பியை வளைக்கச் செய்யப்பட்ட வேலை

= $\frac{1}{2}$ (வளைவுத் திருப்புதிறன்) (மையத்தில் உள்ள கோணம்)

$$= \frac{1}{2}\,\frac{qAk^2}{\rho}\,2\theta$$

$$= \frac{1}{2}qAk^2\,\frac{2\theta}{l}\cdot 2\theta\left(\because\ 2\theta = \frac{l}{\rho}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{qAk^2}{l}\cdot 4\theta^2$$

$$= \frac{2qAk^2}{l}\,\theta^2.$$

அவ்வமைப்பின் இயக்கவாற்றல்

= 2 (ஒரு தண்டின் இயக்க ஆற்றல்)

= $2\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right)$

= $I\omega^2$.

இதில் I = ஒவ்வொரு தண்டுக்கும் அதனதன் அலைவு அச்சைப் பொறுத்த நிலைமத் திருப்புதிறன்; ω = தண்டின் கோண வேகம்.

ஆற்றல் மாறாக் கோட்பாட்டின்படி,

$$I\omega^2 + \frac{2qAk^2}{l} \cdot \theta^2 = \text{மாறிலி.}$$

$$\text{ஆயின் } \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\therefore\ I\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{2qAk^2}{l} \cdot \theta^2 = \text{மாறிலி.}$$

இதைப் பகுக்க,

$$I \cdot 2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2qAk^2}{l} \cdot 2\theta\,\frac{d\theta}{dt} = 0.$$

$$\text{அல்லது } \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2qAk^2}{Il} \cdot \theta = 0.$$

இச் சமன்பாட்டினின்றும், தண்டுகளின் இயக்கம் சீரிசை இயக்கம் என அறியலாம். ஆகவே, தண்டின் அலைவு நேரம்

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{Il}{2qAk^2}}$$

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 Il}{2qAk^2}$$

கம்பியின் ஆரம் r எனின்

$$A = \pi r^2; \quad k^2 = \frac{r^4}{4}$$

$$\therefore\ T_1^2 = \frac{2\pi^2 Il}{q \cdot \pi r^2\ 4}\, r^2$$

$$= \frac{8\pi Il}{qr^4}.$$

$$\text{எனவே, } q = \frac{8\pi Il}{T_1^2 r^4} \qquad (1)$$

கம்பியின் நீளம் (l), ஆரம் (r) ஆகியவற்றினை அளக்கவேண்டும். தண்டு நீள் உருளை வடிவினதாயிருப்பின், அதன் நிறை (M), நீளம் (L), ஆரம் (R) ஆகியவற்றினை அளக்கவேண்டும். I-ன் மதிப்பினை

$$I = M\left(\frac{L^2}{12} + \frac{R^2}{4}\right)$$ எனும் சமன்பாட்டினைக்கொண்டு, காணலாம்.

தண்டு அகலம் B உள்ள நீள்சதுர வடிவினதாயிருப்பின்,

$$I = M\left(\frac{L^2+B^2}{12}\right).$$

எனவே, I, l, T, r ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைச் சமன்பாடு (1)-ல் மாற்றீடு செய்யக் கம்பியின் யங் குணகத்தினைக் காணலாம்.

சோதனையில், தண்டுகளின் முனைகளை ஒன்றிணைக்க அவற்றினை ஒரு மெல்லிய நூல் கொண்டு கட்டவேண்டும். பின் அவ்வமைப்பு நிலையாயிருக்கும்போது, நூலை எரித்துவிடச் செய்யின், அலைவு சீரானதாகவும், ஒரே கிடைமட்டத் தளத்திலுமிருக்கும்.

(ii) **விறைப்புக் குணகம் n காண :** இரு தண்டுகளில் ஒன்றினை ஒரு தாங்கியில் கிடைமட்டமாக நன்கு முடுக்கி, மற்றதை அவ்விரண்டினையும் இணைக்கும் கம்பியால் தொங்கவிடவேண்டும். தொங்கும் தண்டு சற்றே திருப்பிவிடப்பட்டால், அது அலையும். அலைவுகள் சீரானபின் அதன் அலைவு நேரத்தினைக் (T_2) காணவேண்டும்.

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}}.\quad \text{இதில் } C = \text{சுழலிரட்டை/முறுக்கு}$$

$$T_2^2 = 4\pi^2\frac{I}{C}$$

$$= \frac{4\pi^2 I}{\pi n r^4/2l}\left(\because\ C = \frac{\pi n r^4}{2l}\right)$$

$$= \frac{8\pi I l}{n r^4}$$

$$\text{ஆகவே,}\quad n = \frac{8\pi I l}{T_2^2 r^4} \qquad (2)$$

இங்ஙனம் கம்பியின் விறைப்புக் குணகத்தினைக் காணலாம்.

(iii) **பாய்சான் தகவு σ காண :** $\sigma = \frac{q}{2n} - 1$ என நாம் முன்னமேயே கண்டோம்.

மேற்கண்ட q, n ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை இதில் மாற்றீடு செய்ய,

$$\sigma = \frac{\dfrac{8\pi I l}{T_1^2 r^4}}{2\cdot\dfrac{8\pi I l}{T_2^2 r^4}} - 1$$

$$= \frac{T_2^2}{2T_1^2} - 1$$

I வடிவ உத்திரங்கள்

நடுவில் எடையேற்றப்பட்டு இரு கத்திமுனைகளில் தாங்கப் பட்டுள்ள ஒரு தண்டின் மைய இறக்கம் $y = \frac{Wl^3}{48qAk^2}$ என முன்பு கண்டோம். அத் தண்டு நீள்சதுரமானதாயின், $y = \frac{Wl^3}{4qbd^3}$ ஆகும். அதாவது, தண்டின் மைய இறக்கம் அதன் நடுவிலிடப்பட்ட எடைக்கு நேர்விகிதத்திலும் அதைத் தாங்கியுள்ள கத்திமுனைகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவின் மும்மடிக்கு நேர்விகிதத்திலும், தண்டின் யங் குணகத்திற்கும் அதன் அகலத்திற்கும் எதிர் விகிதத்திலும், அதன் தடிமனின் மும்மடிக்கு எதிர்விகிதத்திலுமிருக்கும். இதில் தண்டின் தடிமனை இரு மடங்காக அதிகரிப்பின், அதன் மைய இறக்கம் முன்பிருந்ததைவிட எட்டில் ஒரு பகுதியாகக் குறையும். (அதாவது, $d=2d$ ஆயின், $y=\frac{1}{8}\cdot\frac{Wl^3}{4qbd^3}$). அதுபோன்றே தண்டின் நீளத்தைப் பாதியாகக் குறைப்பின், மைய இறக்கம் முன்பிருந்ததைப் போல் எட்டில் ஒரு பகுதியாகும். $\left(\text{அதாவது } l = \frac{l}{2} \text{ ஆயின், } y = \frac{1}{8}\cdot\frac{Wl^3}{4qbd^3}\right)$.

உத்திரம் என்பது பாலங்களுக்கும் மோடுகளுக்கும் ஆதாரமான எஃகு கட்டுமானச் சட்டமாகும். உத்திரத்தின் வளைவு மிகமிகக் குறைவாயிருத்தல் இன்றியமையாததாகும். இதற்காக, உத்திரத்தின் நீளம் எந்த அளவிற்குச் சிறிதாக்கப்படவியலுமோ அவ்வளவிற்குச் சிறிதாக்கி அதன் தடிமனைப் பெரிதாக்க வேண்டும். இதனால் அதன் வளைவு மிகவும் குறையும். அதோடல்லாது உத்திரம் செய்யப்பட்ட பொருள் மிக அதிக யங் குணகத்தை உடையதாயிருத்தல் வேண்டும். எனவே, உத்திரங்கள் பெரும்பாலும் எஃகில் செய்யப்படுகின்றன.

உத்திரங்கள் வளைந்தால், அவற்றின் கீழ்ப்பகுதி நீட்சியுறுகிறது; மேற்பகுதி இறுக்கமடைகிறது. அதாவது, உத்திரத்தின் கீழ்ப்பகுதியி லுள்ள ஓரிழை பெரும நீட்சியுற்று, அதன் மேலுள்ள ஒவ்வோர் இழைக்கும் நீட்சி குறைந்து, நடுநிலை இழைக்கு நீட்சி சுழியாகிறது. நடுநிலை இழைக்கு மேலுள்ள ஒவ்வோர் இழைக்கும் இறுக்கம் அதிகரித்து, உத்திரத்தின் மேற்புறத்திலுள்ள இழையின் இறுக்கம் பெருமமாகிறது. இதிலிருந்து, உத்திரத்தின் கீழ்ப்பரப்பு நீட்சியால் பெருமத் தகைவையும், அதன் மேற்பரப்பு இறுக்கத்தால் பெருமத் தகைவுள்ள இவ்விடங்களிலுள்ள பொருளின் அளவும் பெருமமாயிருத்தல் வேண்டும். உத்திரத்தின் மேற்பரப்பிற்கும் அடிப்பரப்பிற்குமிடையே குறிப்பிடத்தக்க அளவிற்குத் தகைவேதுமில்லையாதலால், அப்பகுதியி

லுள்ள பொருள் அகற்றப்படலாம். குறுக்குப் பரப்பு நீள்சதுரமாயிருக்கும் ஓர் உத்திரத்திற்கும், குறுக்குப் பரப்பு I-வடிவத்திலிருக்கும் ஓர் உத்திரத்திற்கும் உள்ள திறன் ஒன்ருகவேயிருக்கும். நீள்சதுர உத்திரத்தில் நடுப்பகுதியிலுள்ள தேவையற்ற எஃகு அகற்றப்பட்டு I-வடிவ உத்திரங்களாவதால், இத்தகைய உத்திரங்களின் திறன் மாருததோடு சிக்கனமானவைகளாயும் இருக்கின்றன.

வாயுக்களின் மீட்சியலும் இறுகுதிறனும்
(Elasticity and compressibility of gases)

திட, திரவப் பொருள்களில், அழுத்தத்தால் விளையும் மாற்றத்தை விட வாயுப் பொருள்களில் விளையும் மாற்றம் குறிப்பிடத்தக்கதாகும். 1661ஆம் ஆண்டு இராபர்ட் பாயில் (Robert Boyle) என்பார் வாயுவின் அழுத்தத்திற்கும் பரும அளவிற்குமுள்ள தொடர்புபற்றிய விதியினைக் கண்டார். அது, 'வெப்பநிலை மாருதிருக்கும்போது ஒரு குறிப்பிட்ட நிறையையுடைய வாயுவின் அழுத்தம் அதன் பரும அளவிற்கு எதிர்விகிதத்திலிருக்கிறது' என்பதாகும். இதுவே பாயில் விதி எனப்படும். இவ்விதி, அழுத்தம் குறைவாயிருப்பினும் அதிகமிருப்பினும் பொருந்துமென அவர் கண்டார். இவ் விதி முற்றும் பொருந்தும் வாயு 'இலட்சிய வாயு' (perfect gas) எனப்படும். இங்கு, வாயுக்களின் மீட்சியல் பற்றியும் இறுகுதிறன் பற்றியும் காண்போம்.

வாயுக்களின் மீட்சியல்

வாயுக்களின் அழுத்தம் சிறிதளவு மாறினல், அவற்றின் பரும அளவில் ஏற்படும் திரிபிற்கும், அதைத் தோற்றுவிக்கும் அழுத்த வேறுபாடாகிய தகைவிற்கும் உள்ள தொடர்பினை,

$$\text{பருமக் குணகம் } k = \frac{dp}{dv/v}$$

$$\text{அல்லது,} \qquad k = v \cdot \frac{dp}{dv} \qquad (1)$$

எனக் கண்டோம். இது பரும மீட்சியல் (elasticity of volume) எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. இதற்கான வாய்பாடொன்றினை பாயில் விதியிலிருந்து பெறலாம்.

வெப்பநிலை மாருதிருக்கும்போது,

$$pv = \text{மாறிலி}$$

இதைப் பகுக்க,

$$p \cdot dv + v \cdot dp = 0$$

$$\therefore \quad \frac{dp}{dv} = -\frac{p}{v} \qquad (2)$$

எதிர்க் குறி, அழுத்தம் அதிகமாயின் பருமவளவு குறைகிறதென்பதைக் காட்டுகிறது.

∴ பரும மீட்சியல் அல்லது பருமக் குணகம் $\Big\} \; k = v \cdot \frac{dp}{dv}$

$$= v \cdot \frac{p}{v} \qquad [(2)\text{-லிருந்து}]$$

$$\therefore \quad k = p$$

எனவே, வாயுவொன்றின் பரும மீட்சியல் அதன் அழுத்தத்திற்குச் சமனாகும். இங்கு வெப்பநிலை மாறாதிருப்பதாகக் கொண்டோம். ஆதலால், வாயுவில் ஏற்படும் இப் பரும மீட்சியல் 'வெப்பநிலை மாறா மீட்சியல்' (isothermal elasticity) எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

வாயுவின் வெப்ப அளவு மாறாதிருந்தால் அழுத்தத்திற்கும் பரும அளவிற்குமுள்ள தொடர்பு

$$pv^r = \text{மாறிலி}$$

இங்கு r = வாயுவின் வெப்ப எண்களின் விகிதம் (ratio of specific heats)

இச் சமன்பாட்டைப் பகுக்க,

$$p \cdot r \cdot v^{(r-1)} \cdot dv + dp \cdot v^r = 0$$

v^r-ஆல் வகுக்க,

$$\frac{r \cdot p}{v} \cdot dv + dp = 0$$

$$\therefore \quad rp = -v \cdot \frac{dp}{dv}$$

இங்கும் எதிர்க்குறி, அழுத்தம் அதிகமாயின், பரும அளவு குறைகிறதென்பதைக் காட்டுகிறது.

சமன்பாடு (1)-லிருந்து,

$$rp = k$$

அல்லது, $k = rp$

எனவே, வெப்ப அளவு மாறாதிருக்கும்போது வாயுவொன்றின் பரும மீட்சியல் = r × அதன் அழுத்தம். இதுவே, 'வெப்ப அளவு மாறா மீட்சியல்' (adiabatic elasticity) எனப்படுகிறது.

வாயுக்களின் இறுகுதிறன்

இராபர்ட் பாயில் தாம் கண்ட விதி எல்லா வாயுக்களுக்கும் பொருந்துமென்று தமது சோதனைகளிலிருந்து கண்டார். 1827ஆம் ஆண்டில் டெஸ்ப்ரட்ஸ் (Despretz) என்பார், ஒரே பரும அளவுள்ள அம்மோனியா, கார்பன்-டை-ஆக்சைடு, காற்று போன்ற வாயுக்களைக் கொண்டு, பல்வேறு அழுத்தங்களில் அவற்றின் பரும அளவுகளைக் கண்டார். ஒரே அழுத்தத்தில் அவற்றின் பரும அளவுகள் சமனாயில்லை என்பதும் எளிதில் திரவமாகக்கூடிய அம்மோனியா, கார்பன்-டை-ஆக்சைடு போன்ற வாயுக்கள் காற்றைவிட எளிதில் இறுக்கப்படுவதும் தெரியவந்தது. மேலும், ஹைட்ரஜனை எளிதில் இறுக்கவியலாது என்றும் அவர் கண்டார். இருபது ஆண்டுகட்குப் பின், 1847ஆம் ஆண்டில் ரெனுல்ட் (Regnault) என்பார் அழுத்தம் அதிகமாயிருக்கும் போது வாயுக்களின் தன்மையினைச் சோதனைகளால் கண்டார். வாயுவின் அழுத்தம் P எனவும் பரும அளவு V எனவும் கொண்டால், அவரது சோதனைகளிலிருந்து கண்டறிந்ததாவது: காற்று, நைட்ரஜன், கார்பன்-டை-ஆக்சைடு போன்ற வாயுக்களின் அழுத்தம் அதிகமாயின் PV தொடர்ந்து குறைகிறது. மற்ற வாயுக்களைவிடக் கார்பன்-டை-ஆக்சைடிற்கு PV பெருமளவில் குறைகிறது. ஹைட்ரஜனுக்கு, அழுத்தம் அதிகமாயின் PV-யும் அதிகமாகிறது.

பின்னர், அமெகாட் (Amagat), ஆண்ட்ரூ (Andrew) போன்றோர் வாயுக்களின் இறுகுதிறன் பற்றிப் பல சோதனைகள் செய்து கண்டறிந்தார்கள். இவை பற்றிய விவரங்களை வெப்பவியல் நூல்களில் விரிவாகக் காணலாம்.

மாதிரிக் கணக்குகள்

1. 3 மீட்டர் தொடக்க நீளமும், 1 மி. மீ. விட்டமும் கொண்ட ஓர் எஃகு கம்பியில் 2 மி. மீ. நீட்சியினை விளைவிக்கச் செய்யப்படும் வேலை எவ்வளவு? (எஃகின் $q = 2\times10^{12}$ டைன்/ச. செ. மீ.)

$$q = \frac{f/a}{l/L}$$

$$= \frac{Lf}{la} \quad \text{இதில் } a = \pi r^2 = \pi\times(0{\cdot}05)^2.$$

$$2\times10^{12} = \frac{300\times f}{l\times\pi(0{\cdot}05)^2}$$

$$\therefore\ f = \frac{2\times10^{12}\times\pi(0{\cdot}05)^2}{300}\, l$$

$$= \frac{\pi\times10^8}{6}\, l$$

∴ செய்யப்பட்ட வேலை

$$W = \int_0^{\cdot 2} f \cdot dl$$

$$= \int_0^{\cdot 2} \frac{\pi \times 10^8}{6} \cdot l\, dl$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \times 10^8}{6} (.2)^2$$

$$= \frac{\pi \times 10^6}{3}$$

$= 1.047 \times 10^6$ எர்குகள் (ergs).

3. மீட்டர் நீளமும், 21 கிராம் நிறையும் கொண்ட ஒரு கம்பியின் மீது 5 கிலோ கிராம் எடையுள்ள விசையொன்று செயற்பட்டு 2·4 மி. மீ. நீட்சியினை விளைவிக்கின்றது. கம்பியின் அடர்த்தி 8·8 கிராம்/க.செ.மீ. எனின், அதன் யங் குணகத்தினையும், அதில் சேமித்து வைக்கப்பட்ட ஆற்றலினையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

கம்பியின் பருமன் $= \frac{21}{8 \cdot 8} = 300a$

∴ கம்பியின் குறுக்குப் பரப்பளவு $a = \frac{21}{8 \cdot 8 \times 300}$

யங் குணகம் $q = \frac{300}{0 \cdot 24} \times \frac{5000 \times 981 \times 8 \cdot 8 \times 300}{21}$

$= 7 \cdot 71 \times 10^{11}$ கிராம்/செ.மீ./விநாடி^{2}.

ஓரலகு பருமனில் உள்ள ஆற்றல்

$= \frac{1}{2} \times$ தகைவு $\times$ திரிபு

∴ மொத்த ஆற்றல் $= \frac{1}{2} \times$ தகைவு $\times$ திரிபு $\times$ பருமன்

$$= \frac{1}{2} \times \frac{5000 \times 981 \times 8 \cdot 8 \times 0 \cdot 24}{21} \times \frac{21}{8 \cdot 8}$$

$= 5 \cdot 89 \times 10^5$ எர்குகள்.

3. 0·32 மி. மீ. விட்டமுள்ள பொற்கம்பியொன்றின்மீது 330 கிராம் எடை விசை செயற்பட நீட்சி 1 மி. மீட்டரும், அதன் முனைகளில் 145 டைன்/செ. மீ. மதிப்புள்ள இரட்டைத் திருப்புதிறன் செயற்பட

ஓர் ஆரக் கோணமும் முறுக்கும் விளைகின்றதெனின், பொன்னுக்குப் பாய்சான் தகவினைக் காண்க.

$$F = 330 \times 981 \text{ டைன்கள்}$$

$$l = 1 \text{ மி. மீ.} = 0{\cdot}1 \text{ செ. மீ.}$$

$$a = \pi(0{\cdot}016)^2 \text{ ச. செ.மீ.}$$

$$q = \frac{FL}{al}$$

$$= \frac{330 \times 981 \times L}{\pi(0{\cdot}016)^2 \times {\cdot}1} \; m \text{ டைன்/ச.செ.மீ.}$$

சுழல் இரட்டை/முறுக்கு $C = \frac{145}{1} = 145$ டைன் செ.மீ.

ஆயின் $C = \frac{\pi n r^4}{2L}$

$$\therefore \frac{\pi n r^4}{2L} = 145$$

$$\therefore n = \frac{145 \times 2L}{\pi(0{\cdot}016)^4}$$

$$\frac{q}{n} = \frac{330 \times 981 \times L}{\pi(0{\cdot}016)^2 \times {\cdot}1} \times \frac{\pi(0{\cdot}016)^4}{145 \times 2L}$$

$$= 2{\cdot}858.$$

பாய்சான் தகவு $\sigma = \frac{q}{2n} - 1$

$$= \frac{2{\cdot}857}{2} - 1$$

$$= 0{\cdot}429.$$

4. நீட்டப் பெருக்கெண் (Coefficient of linear expansion) $1{\cdot}2 \times 10^{-5}$ கொண்ட ஓர் உலோகத் தண்டின் வெப்பநிலை 10°C ஏறியும், அதன் நீளம் மாறாதிருக்கும்படி செயற்பட வேண்டிய இறுக்கத் தகைவு எவ்வளவு? (யங் குணகம் $q = 2 \times 10^{12}$ டைன்/ச. செ. மீ.)

தண்டின் தொடக்க நீளம் l, நீள் விரிவெண் α, வெப்பநிலை ஏற்றம் t°C ஆயின், விளையும் நீட்சி $= \alpha t l$.

$$\therefore \text{ நீட்சித் திரிபு} = \frac{\alpha t l}{l} = \alpha t.$$

$$\text{ஆனால் } q = \frac{\text{தகைவு}}{\text{திரிபு}} = \frac{\text{தகைவு}}{\alpha t}.$$

$$\therefore \text{ தகைவு } = q \times \alpha t$$
$$= 2\times10^{12}\times1{\cdot}2\times10^{-5}\times10$$
$$= 2{\cdot}4\times10^{8} \text{ டைன்/ச. செ. மீ.}$$

5. ஒரு சதுர செண்டிமீட்டர் குறுக்குப் பரப்பளவுள்ள ஓர் உலோகத் தண்டு இரு கத்திமுனைகளுக்கிடையே வைக்கப்பட்டுள்ளது. கத்தி முனைகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவு 100 செ. மீ. ஆகும். 1 கிலோகிராம்-எடையை (1 kgm-wt) அத் தண்டின் மையத்திலிட்டால் அது 2·51 மி. மீ. இறங்குகிறது. உலோகத்தின் யங் குணகம் என்ன?

இரு கத்திமுனைகளுக்கிடையே வைக்கப்பட்டு, மையத்தில் எடையிடப்பட்ட தண்டொன்றின் மைய இறக்கம்

$$y = \frac{Wl^3}{48qak^2}$$

ஒரு நீள்சதுரத் தண்டிற்கு,

$$y = \frac{Wl^3}{48q\frac{bd^3}{12}} = \frac{Wl^3}{4qbd^3}$$

தண்டின் குறுக்குப் பரப்பளவு 1 ச. செ. மீ. ஆதலால்

$b=d=1$ செ. மீ.;

$bd^3=1$; $W=1000\times980$ டைன்கள்

$l =100$ செ. மீ.; $y=2{\cdot}51$ மி. மீ.

$=0{\cdot}251$ செ. மீ.

எனவே,

$$q = \frac{Wl^3}{4ybd^3}$$
$$= \frac{1000\times980\times100^3}{4\times0{\cdot}251\times1}$$
$$= \frac{980\times10^9}{4\times0{\cdot}251}$$
$$= 9{\cdot}759\times10^{11} \text{ டைன்கள்/செ.மீ.}^2$$

உலோகத்தின் யங் குணகம் $9{\cdot}759\times10^{11}$ டைன்கள்/செ.மீ.^{2} ஆகும்.

6. நீளம் 3 மீட்டரும் ஆரம் 1 செ.மீ.-ம் கொண்ட வட்டக் குறுக்குப் பரப்புள்ள தண்டின் ஒரு முனை தரையில் நன்கு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. 2 கிலோகிராம் பெரும இழுவிசை தாங்கக்கூடிய நூலொன்று அதன்

மேல்முனையில் கட்டப்பட்டு, அம் முனை கிடைமட்டமாக இழுக்கப்படு கிறது. நூல் இற்றுப்போகுமுன் தண்டின் மேல்முனையின் விலக் கத்தைக் காண்க. ($q = 2 \times 10^{12}$ டைன்கள்/ச.செ.மீ.)

இங்கு, தண்டை ஒரு முனை பொருத்தப்பட்டு மறுமுனையில் 2 கிலோகிராம் இழுவிசையுள்ள ஒரு செங்குத்து வளைசட்டமாகக் கொள்ளலாம்.

வளை சட்டத்தின் இறக்கம் $y = \dfrac{Wl^3}{3qak^2}$

இங்கு, $Ak^2 = \dfrac{\pi r^4}{4}$ (வட்டக் குறுக்குப் பரப்பாத லால்)

$= \dfrac{\pi \times l^4}{4}$ [$r = l$ செ.மீ.]

$= \dfrac{\pi}{4}$

$W = 2 \times 1000 \times 980$ டைன்கள்

$l = 300$ செ.மீ.

$q = 2 \times 10^{12}$ டைன்கள்/ச.செ.மீ.

$\therefore \quad y = \dfrac{2 \times 1000 \times 980 \times 300^3 \times 4}{3 \times 2 \times 10^{12} \times \pi}$

$= 11{\cdot}23$ செ.மீ.

நூல் இற்றுப்போகுமுன் தண்டின் மேல்முனை செங்குத்து நிலையி லிருந்து 11·23 செ.மீ. விலகும்.

7. 100 செ.மீ. நீளமும் 2 செ.மீ. $\times$ 2 செ.மீ. குறுக்களவுமுள்ள நீள் சதுர மரத்தண்டொன்று கிடைமட்டமாக ஒத்தியைவாகவும் 60 செ.மீ. இடைத் தொலைவுள்ள இரு கத்திமுனைகளில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. தண்டின் இரு முனைகளிலும் 2 கிலோகிராம் எடையிடப்படின் அதன் மைய ஏற்றத்தைக் காண்க. ($q = 1{\cdot}3 \times 10^{11}$ டைன்கள்/ச.செ.மீ.)

ஒத்தியைவாக இரு கத்திமுனைகளின்மேல் கிடைமட்டமாக வைக்கப்பட்ட தண்டொன்றின் இரு முனைகளிலும் எடையிடப்படின், அதன் மைய ஏற்றம்,

$$y = \frac{Wal^2}{8qAk^2}$$

இங்கு, $W = 2 \times 10000 \times 980$ டைன்கள்

$a = 20$ செ.மீ.

$l = 60$ செ.மீ.

$$q = 1{\cdot}3 \times 10^{11} \text{ டைன்கள்/ச.செ.மீ.}$$

$$Ak^2 = \frac{bd^2}{12} = \frac{2 \times 2^3}{12}$$

$$= \frac{4}{3}$$

$$\therefore \quad y = \frac{2 \times 1000 \times 980 \times 20 \times 60 \times 60 \times 3}{8 \times 1{\cdot}3 \times 10^{11} \times 4}$$

$$= 0{\cdot}102 \text{ செ.மீ.}$$

தண்டின் மைய ஏற்றம் 0·102 செ.மீ. ஆகும்.

8. 50 செ.மீ. நீளம், 2·5 செ.மீ. அகலம், 0·2 செ.மீ. தடிமனுள்ள எஃகு தண்டொன்று கிடைமட்டமாக முடுக்கப்பட்டு மறுமுனையில் 100 கிராம் நிறையிடப்பட்டு செங்குத்துத் தளத்தில் அலைகிறது. எஃகின் யங் குணகம் 20×10^{11} டைன்கள்/ச.செ.மீ. ஆயின், தண்டின் அலைவு நேரத்தைக் காண்க.

தண்டின் அலைவு நேரம் $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{Ml^3}{3qAk^2}}$

இங்கு,

$$M = 100 \text{ கிராம்}$$

$$l = 50 \text{ செ.மீ.}$$

$$q = 20 \times 10^{11} \text{ டைன்கள்/ச.செ.மீ.}$$

$$Ak^2 = \frac{bd^3}{12}$$

$$= \frac{2{\cdot}5 \times (0{\cdot}2)^3}{12}$$

$$= 0{\cdot}00167$$

$$\therefore \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{100 \times 50^3}{3 \times 20 \times 10^{11} \times 0{\cdot}00167}}$$

$$= 0{\cdot}222 \text{ விநாடி.}$$

தண்டின் அலைவு நேரம் 0·222 விநாடியாகும்.

வினாக்கள்

1. தகைவு, திரிபு, மீட்சிக் குணகம், மீட்சியெல்லை, முறிபுள்ளி, மீட்சிப் பின்விளைவு, மீட்சிக் களைப்பு ஆகியவற்றினை வரையறுத்து விளக்கவும்.
2. மீட்சியற் குணகங்களை விளக்கி, அவற்றுக்குள் உள்ள தொடர்பினைக் காட்டுக.
3. கம்பியொன்றின் யங் குணகம் காணச் செம்மையான ஒரு முறையினை விளக்குக.

4. தண்டொன்றின் விறைப்புக் குணகம் காண நீர் செய்யும் சோதனையினை விளக்கிக் கூறுக. அவசியமான வாய்பாட்டினைப் பெறவும்.

5. ஒருபடித்தான பொருளொன்றுக்கு $\frac{q}{n} = 2(\sigma + 1)$ எனக் காட்டுக.

6. கம்பியொன்றினை நீட்டச் செய்யப்படும் வேலையளவினைப் பெறுக.

7. கம்பியொன்றின் ஒரு முனை நிலைத்திருக்க, மறு முனையினை ஒரு குறிப்பிட்ட கோண அளவு முறுக்குதற்கு வேண்டிய இரட்டை எவ்வளவு?

8. வளைவுத் திருப்புதிறனுக்கும் நடுநிலை அச்சின் வளைவிற்குமுள்ள தொடர்பினைக் காண்க. ஒரு தண்டின் யங் குணகத்தைச் சீராக வளைத்தல் முறையில் எவ்வாறு காணலாம்?

9. வளைசட்டமொன்றின் எடையிடப்பட்ட முனையிறக்கத்திற்கான வாய்பாட்டினைப் பெறுக.

10. நீள்சதுர இரும்புத் தண்டொன்று கிடைமட்டமாக இரு கத்தி முனைகளின்மேல் ஒத்தியைவாக வைக்கப்பட்டு மையத்தில் எடையிடப்படுகிறது. அதன் மைய இறக்கத்திற்கான சமன் பாட்டைப் பெறுக.

11. தண்டொன்றின் யங் குணகத்தை (அ) வளைசட்ட இறக்கமுறை, (ஆ) சீரற்று வளைத்தல்முறை ஆகியவற்றால் எவ்வாறு காணலாம்?

12. வளைசட்டமொன்றின் அலைவு நேரத்திற்கான சமன்பாட்டை, அதன் நிறையையும் கணக்கிற்கொண்டு எங்ஙனம் வருவிக்கலாம்? I-வடிவ உத்திரங்கள் பற்றிச் சிறு குறிப்பு வரைக.

13. நீளம் 385 செ.மீ., விட்டம் 0·32 மி.மீ. உள்ள கம்பியொன்றினை 660 கிராம் எடை கொண்டு இழுக்க, 2 மி.மீ. நீட்சியுறுகின்றது. 116 டைன்/செ.மீ. அளவுள்ள முறுக்கு இரட்டையொன்றினை அதன் முனைகளில் செயற்பட 0·8 ஆரக்கோண அளவு முறுக்கு விளைகின்றது. கம்பியின் q, n, σ இவற்றினைக் கணக்கிடவும்.

14. 3 மீட்டர் நீளமும், 21 கிராம் நிறையுமுள்ள ஒரு கம்பியினை 50 கி.கிராம் எடை கொண்டு இழுக்க விளையும் நீட்சி 2·4 மி.மீ. கம்பியின் அடர்த்தி 8·8 கி./க.செ.மீ. எனின், அதில் சேர்த்து வைக்கப்பட்டுள்ள ஆற்றல் எவ்வளவு?

15. 0·32 மி.மீ. விட்டமுள்ள ஒரு பொற்கம்பியினை 666 கிராம் எடை கொண்டிழுக்க விளையும் நீட்சி 2 மி.மீ. 290 டைன்/செ.மீ. அளவுள்ள ஒரு முறுக்கு இரட்டை அதன் முனைகளில்

செயற்பட விளைவிக்கப்படும் முறுக்கு 2 ஆரக் கோணம். பாய்சான் தகவினைக் கணக்கிடுக.

16. எஃகின் நீள் விரிவெண் (coefficient of linear expansion) $1 \cdot 2 \times 10^{-5}$ எனவும், யங் குணகம் 2×10^{12} டைன்/ச.செ.மீ. எனவும் கொண்டு எஃகு நீள் உருளைத் தண்டொன்றின் வெப்ப நிலை 20° அதிகமாகும்போது அதன் நீளம் மாறுதிருக்க, எவ்வளவு இறுக்கத் தகைவு செயற்படவேண்டும்?

17. 5 மி.மீ. விட்டமும், 120 செ.மீ. நீளமும் கொண்ட ஓர் எஃகு தண்டின் ஒரு முனை நிலையாக இறுக்கிப் பிணைத்திருக்க, மறு முனையினை 12° திருப்புவதற்குச் செயற்படும் இரட்டையின் திருப்புதிறன் எவ்வளவு? செய்யப்படும் வேலை எவ்வளவு? (விறைப்புக் குணகம் $= 8 \times 10^{11}$ டைன்/ச.செ.மீ.)

18. 5 மீட்டர் நீளமும், 1 மி.மீ. விட்டமும் உள்ள ஒரு கம்பியின் மீது விசையொன்று செயற்பட்டு அதன் நீளம் 0·1 சதவீதம் அதிகமானல், செய்யப்பட்ட வேலை எவ்வளவு? (கம்பியின் யங் குணகம் $= 2 \times 10^{12}$ டைன்/ச.செ.மீ.)

19. 1·26 செ.மீ. விட்டமுள்ள தண்டொன்று இரு கத்தி முனைகளுக்கிடையே கிடைமட்டமாக வைக்கப்பட்டுள்ளது. கத்தி முனைகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவு 70 செ.மீ. ஆகும். 900 கிராம் எடையை அதன் மையத்திலிட்டால், மையமானது 0·025 செ. மீ. இறங்குகிறது. தண்டின் யங் குணகத்தைக் கணக்கிடுக.

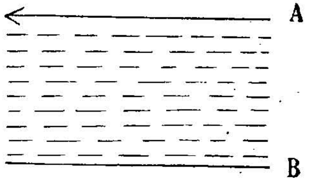
20. 100 செ.மீ. நீளம், 2 செ.மீ. அகலம், 1 செ.மீ. தடிமனுள்ள நீள்சதுரத் தண்டொன்று இரு கத்தி முனைகளின்மேல் வைக்கப்பட்டு, அதன் மையத்தில் 2 கிலோகிராம் எடையிடப் பட்டுள்ளது. தண்டின் யங் குணகம் 20×10^{11} டைன்கள்/ ச. செ.மீ. ஆயின், அதன் மைய இறக்கத்தினைக் காண்க.

21. 75 செ.மீ. நீளம், 9 ச.செ.மீ. குறுக்குப் பரப்பளவுள்ள ஒரு நீள் சதுர மரத்தண்டு கிடைமட்டமாக ஒத்தியைவாக இரு கத்தி முனைகளின்மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. கத்தி முனைகளுக் கிடையே உள்ள தொலைவு 50 செ.மீ. தண்டின் இரு முனை களிலும் 2·5 கிலோகிராம் எடையிடப்படின் அதன் மைய ஏற்றத்தைக் கணக்கிடுக. ($q = 1 \cdot 3 \times 10^{11}$ டைன்கள்/ச.செ.மீ.)

22. நீளம் 30 செ.மீ., அகலம் 2 செ.மீ., தடிமன் 0·8 மி.மீ. கொண்ட எஃகு தண்டொன்று வளைசட்டமாகப் பயன்படுத்தப்படு கிறது. அதன் வெளிமுனையில் 100 கிராம் நிறையிடப் படுகிறது. தண்டின் நிறையைப் புறக்கணித்து அதன் அலைவு அதிர்வெண்ணைக் கணக்கிடுக.

3. திரவங்களின் பாகுநிலை
(Viscosity of Liquids)

ஒரு கிடைமட்டமான சமதளப் பரப்பில் திரவ ஓட்டம் ஏற்பட்டால், அப்பரப்பைத் தொட்டிருக்கும் திரவ அடுக்கு நிலையாகவும், அதன் மேலுள்ள மற்றத் திரவ அடுக்குகள் ஓடிக்கொண்டுமிருக்கும். இதில் திரவத்தின் அடிப்பரப்பிலிருந்து மேற்பரப்பு வரையுள்ள திரவ அடுக்குகளின் திசைவேகம் படிப்படியாக அதிகமாகி, மேற்பரப்பிலுள்ள திரவ அடுக்கின் திசைவேகம் பெருமமாகவிருக்கும். திரவத்தின் மேற்பரப்பிலிருந்து அடிப்பகுதிவரை உள்ள திரவ அடுக்குகளிடையே ஒரு ஒப்புத் திசைவேக வாட்டம் (gradient of relative velocity) ஏற்படுகின்றது. இதனால், திரவத்தின் அடிப்பரப்பிற்கும் மேற்பரப்பிற்குமிடையே ஒரு சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு தோற்றுவிக்கப்படுகின்றது. இச்சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு ஒரு புறவிசையால்தான் தோற்றுவிக்கப்பட வேண்டும். இல்லையேல், திரவ மேற்பரப்பிற்கும் அதன் அடிப்பரப்பிற்கும் இடையேயுள்ள திரவத்தின் இயக்கம் நின்றுபோகும். அதாவது, அத்திரவத்தின் ஓட்டம் நின்றுவிடும். எனவே, ஒரு திரவத்தில் இவ்வாறு ஒப்புத் திசைவேக வாட்டம் ஒரு புறவிசையால் தோற்றுவிக்கப்படும்போது இப்புறவிசைக்கு எதிராக, திரவத்தில் உட்புற விசைகள் தோற்றுவிக்கப்படுகின்றன. இவ்விசைகள் திடப் பொருட்களுக்கிடையே தோன்றும் உராய்வு விசைகளுக்கு ஒப்பானவை. இவ்விசைகளே பாகுநிலை விசைகள் (viscous forces) என்றழைக்கப்படுகின்றன.



படம் 35

ஓடிக்கொண்டிருக்கும் ஒரு திரவத்தில் A, B என்பவை (படம் 35) இரு திரவ அடுக்குகளாகும். இதில் B நிலையாகவும், A சீரான திசைவேகத்துடன் அம்புக் குறியிட்ட திசையில் ஓடுவதாகவும் கொள்வோம். இவற்றிற்கிடையிலுள்ள திரவ அடுக்குகளும் B-யிலிருந்து A வரை

படிப்படியாக அதிகமாகும் திசைவேகங்களுடன் அதே திசையில் ஓடும். இத்திரவத்தில் சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு ஒரு புறவிசை செயற்படுவதால் விளைகின்றது. இவ்விசைக்கெதிராகப் பாகுநிலை விசைகள் திரவத்தில் விளைகின்றன. புறவிசை செயற்படாதுபோயின் திரவத்தின் ஓட்டம் நின்றுவிடும். வேகமாக ஓடும் மேற்புற அடுக்குகளை B-க்கு அருகில் பைய ஓடும் அடுக்குகள் பின்னோக்கி இழுப்பதால், மேற்புற அடுக்குகளின் வேகம் குறைக்கப்பட்டு, கீழ்ப்புற அடுக்குகளின் வேகம் அதிகமாகிறது. இதில் செயற்படும் பாகுநிலைவிசை திரவ அடுக்குகளின் தொடுவரையின் திசையில் (tangential) செயற்பட்டு, திரவ அடுக்குகளுக்கிடையேயுள்ள ஒப்பு இயக்கத்தை (relative motion) தடை செய்கிறது.

முதன் முதலாக, கிளார்க் மாக்ஸ்வெல் (Clerk Maxwell) என்பார், திரவ, வாயுக்களின் பாகுநிலையினை இயக்கக் கொள்கையின் அடிப்படையில் விளக்கினார். இங்கு, திரவத்தின் பாகுநிலைக்கான விளக்கம்பற்றிக் காண்போம். A, B-க்கு இடையேயுள்ள திரவ மூலக்கூறுகள் அங்குமிங்கும் நகர்ந்துகொண்டும், ஒன்றோடொன்று மோதிக் கொண்டுமிருக்கும். அவ்வாறு A-ன் தளத்திலுள்ள மூலக்கூறுகளுடன் மோதி, அவற்றின் திசைவேகத்தைப் பெற்று மீளுகின்றன. இதனால், A-ன் தளத்திலுள்ள மூலக்கூறுகளின் உந்தம் (momentum) குறைக்கப்படுகின்றது. எனவே, அத்தளத்திலுள்ள மூலக்கூறுகளுக்குத் திரவத்தின் இயக்கத் திசையில், உந்த இழப்பு ஏற்படுகின்றது. A-ன் தளத்தில் மோதிய மூலக்கூறுகள், அம்மோதலால் பெற்ற உந்தத்தை, தம்மோடு மோதும் மற்ற மூலக்கூறுகளுக்குத் தந்துவிடுகின்றன. (அவ்வாறு உந்தங்களைப் பெற்ற மூலக்கூறுகள் தம்மோடு பிறகு மோதும் பிற மூலக்கூறுகளுக்குத் தந்துவிடுகின்றன). இவ்வுந்த மாற்றம் திரவத்தினுள் தொடர்ந்து நடைபெற்று, இறுதியில் B-ன் தளத்திற்கருகிலுள்ள மூலக்கூறுகள் அத்தளத்திலுள்ள மூலக்கூறுகளுடன் மோதுவதால் தம் உந்தங்களைத் தருகின்றன. இங்ஙனம் B-ன் தளத்திலுள்ள மூலக்கூறுகள் உந்தம் பெற்று A-ன் தளத்திற்கு இணையாக இயங்குகின்றன. இங்கு A-ன் தளத்தில் ஏற்படும் உந்த இழப்பும், B-ன் தளத்தில் ஏற்படும் உந்த மிகுதியும் திரவத்தில் விசைகளைத் தோற்றுவித்து, அவ்விசைகள் A-யை நிலையாக்கவும், B-யை இயக்கவும் முற்படுகின்றன. இவ்விசைகள் A-ன் தளத்தில், திரவ இயக்கத் திசையில் செயற்படும். இவையே பாகுநிலை விசைகளாகும். உந்த இழப்பு A-ன் தளத்தில் திரவ இயக்கத் திசையில் விளைகின்றது.

A, B ஆகிய திரவ அடுக்குகளின் திசைவேகங்கள் முறையே v_2, v_1 எனவும் ($v_2 > v_1$), அவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொலைவு x எனவும் கொள்வோம். திரவத்தில் விளையும் பாகுநிலை விசை, அது செயற்படும்

பரப்பினைப் பொறுத்தும், எதிர்க்கும் ஒப்புத் திசை வேகவாட்டத்தினைப் பொறுத்தும் அமையும். இவ்விசை, செயற்படும் பரப்பிற்கும் (a) ஒப்புத் திசைவேக வாட்டத்திற்கும் $\left(\frac{v_2-v_1}{x}\right)$ நேர்விகிதத்தில் உள்ளது.

அதாவது $f \propto a$

$$\propto \frac{v_2-v_1}{x}$$

$$\therefore \quad f \propto a \, . \, \frac{v_2-v_1}{x}$$

அல்லது $f=\eta\, a \frac{v_2-v_1}{x}$. இதில் η என்பது அத்திரவத்திற்கு மாறிலியாகும். இதுவே திரவத்தின் பாகியல் எண் அல்லது பாகுநிலைக் குணகம் (coefficient of viscosity) எனப்படும். $\frac{v_2-v_1}{x}$ என்பது A, B-க்கிடையேயுள்ள ஒப்புத் திசைவேக வாட்டமாகும். இதை $\frac{dv}{dx}$ என்றும் எழுதலாம்.

எனவே, $f=\eta\, a \frac{dv}{dx}$. இதில் $a=1$, $\frac{dv}{dx}=1$ எனின் $f=\eta$ ஆக, பாகுநிலைக் குணகம் கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கப்படுகின்றது.

ஒரு திரவத்தில், ஓரலகு பரப்பில் செயற்பட்டு ஓரலகு ஒப்புத் திசைவேக வாட்டத்தினைத் தோற்றுவிக்கும் தொடுவியல் விசையே (tangential force) அத்திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகம் அல்லது பாகியல் எண் ஆகும்.

மெட்ரிக் முறையில் பாகுநிலைக் குணகத்தின் சார்பிலா அலகு பாய்ஸ் (poise) எனப்படும். இது 1 டைன்/க.செ.மீ. ஓரலகு ஒப்புத் திசைவேக வாட்டத்திற்குச் சமனாகும்.

பாகுநிலைக் குணகத்தின் பரிமாணங்கள்

சமன்பாடு $f=\eta a \frac{dv}{dx}$-ல் f, a, $\frac{dv}{dx}$ ஆகியவற்றின் பரிமாணங்கள் கொண்டு η-ன் பரிமாணங்களைக் காணலாம்.

$$f : MLT^{-2}$$

$$a : L^2$$

$$\frac{dv}{dx} : \frac{LT^{-1}}{L}=T^{-1}$$

எனவே, மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் இவற்றை மாற்றீடு செய்ய

$$MLT^{-2}=\eta L^2T^{-1}$$

$$\therefore \eta=ML^{-1}T^{-1}$$

இழைவரி இயக்கமும் கலங்கிய இயக்கமும்
(Streamline motion and turbulent motion)

புற அழுத்த முகட்டின் (external pressure head) உதவியால் ஒரு கிடைமட்ட நுண்புழைக் குழாயில் திரவஓட்டம் நிகழும்போது, குழாயின் உட்புறச் சுவரினைத் தொட்டிருக்கும் திரவப்பகுதி நிலையாக வும், குழாயின் அச்சு வழியே பெரும வேகத்துடனும் ஓடும். புற அழுத்த முகடு நிலையான அழுத்தத்தினைத் தருவதாயின், திரவ ஓட்டம் சீரானதாக அமையும். அதாவது குழாயின் அச்சிற்கு இணையான திசையில் ஒவ்வொரு திரவத்துகளும் சீரான திசைவேகத்துடன் ஓடிக் கொண்டிருக்கும். மேலும், ஓடும் திரவத்துகள்களிடையே குழாயின் உட்புறச் சுவரிலிருந்து அச்சுவரை, ஒப்புத் திசைவேக வாட்டமிருக்கும்.

புற அழுத்தம் குறைவாகவும், குழாய் குறுகலாகவும் இருப்பின் அச்சிற்கு இணையானதொரு கோட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் திரவத்தின் திசைவேகம் ஒரேயளவினதாயிருக்கும். இத்தகைய திரவ ஓட்டம் அல்லது இயக்கம், இழைவரி இயக்கம் எனப்படும். புற அழுத்தம் அதிகமாயிருப்பின் குழாயின் அச்சுத் திசையில் திரவம் முடுக்கப்பெற்று அதன் ஓட்டம் சீரற்றதாகி, திரவம் கலங்கிய நிலையில் ஓடுகிறது. இதுவே, திரவத்தின் கலங்கிய இயக்கம் எனப்படுகிறது. நுண்புழைக் குழாயில் இழைவரி இயக்கம் கலங்கிய இயக்கமாக மாறும் போதுள்ள திரவத்தின் சராசரித் திசைவேகமே "மாறுநிலைத் திசை வேகம் (critical velocity)" எனப்படும்.

குழாயினுள் திரவ இயக்கம் சீரான திசைவேகத்துடன் செல்ல, அதனிரு முனைகளிடையே ஒரு அழுத்த வேறுபாடு இருக்கவேண்டும் என நாமறிவோம். இவ்வழுத்த வேறுபாடு P எனவும், திரவத்தின் சராசரித் திசைவேகம் v எனவும் கொள்வோம். இவ்வழுத்த வேறுபாடு இழைவரி இயக்கத்தின்போது திரவத்தின் சராசரித் திசைவேகத்திற்கு நேர்விகிதத்திலும், கலங்கிய இயக்கத்தின்போது, சராசரித் திசை வேகத்தின் இருமடிக்கு நேர்விகிதத்திலும் இருக்கிறது.

பரிமாண முறையில், திரவத்தின் மாறுநிலைத் திசைவேகம் $v_c=\frac{k\eta}{\rho r}$ எனக் கணக்கிடப்பட்டிருக்கிறது. இதில் k ஒரு மாறிலியாகும்;

η = திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகம்; ρ = திரவ அடர்த்தி எண்; x = நுண்புழைக் குழாயின் ஆரம். இதிலிருந்து பாகுநிலைக் குணகம் அதிகமாயின் மாறுநிலைத் திசைவேகம் அதிகமாயிருக்கும். எனவே, அது இழைவரி இயக்கத்தைத் தோற்றுவிக்கும் அடர்த்தி எண் அதிகமாயிருப்பின், மாறுநிலைத் திசைவேகம் குறைந்து, அது கலங்கிய இயக்கத்தினைத் தோற்றுவிக்கும். பேராசிரியர் ஆஸ்பான் ரெனால்டு (Osborne Reynolds) என்பார் நீரின் மாறுநிலைத் திசைவேகத்திற்கான சமன்பாடு $v_c = \frac{1000\eta}{\rho r}$ எனக் கண்டார். இச்சமன்பாடு ஆரம் குறைந்த குழாய்கட்கு மட்டுமே பொருந்துவதாகும்.

நுண்புழைக் குழாயினுள் திரவ ஓட்ட வேகம்
(Rate of flow of liquid through a capillary tube)

பாய்ஸ்யூல் வாய்பாடு (Poiseuille's formula)

கிடைமட்டமாக வைக்கப்பட்டதொரு நுண்புழைக் குழாயின் இரு முனைகளுக்கிடையே உள்ள புற அழுத்த வேறுபாட்டால், அக்குழாயினுள் திரவ ஓட்டம் இருப்பதாகக் கொள்வோமாயின் அவ்வழுத்த வேறுபாடு சீரான ஓட்டத்தினைத் தோற்றுவிப்பதாயிருத்தல் வேண்டும். குழாயில் அச்சுத் திசைவேக வாட்டமிருத்தல் கூடாது. மேலும் குழாயின் உட்சுவரினைத் தொட்டிருக்கும் திரவ அடுக்கு நிலையாயிருத்தல் வேண்டும். இதனால், அதன் ஆரவழியில் திசைவேக வாட்டமிருக்கும். இந்நிலையைத் தோற்றுவிக்கும் புற அழுத்த வேறுபாட்டை P எனவும், நுண்புழைக் குழாயின் நீளம், ஆரம் இவற்றினை முறையே l, a எனவும், திரவ பாகுநிலைக் குணகத்தை η எனவும் கொள்வோம்.

குழாயில் உள் ஆரம் r-ம், புற ஆரம் $r+dr$-ம் கொண்ட ஒரு நீள் உருளை ஓடு (cylindrical shell) இருப்பதாகக் கொள்வோம். குழாயச்சிலிருந்து தொலைவு r-ல் திரவத்தின் சீரான திசைவேகம் v எனக் கொண்டால், அங்குள்ள திசைவேக வாட்டம் $\frac{dv}{dr}$ ஆகும். நீள் உருளை ஓட்டின் உட்பரப்பில் செயற்படும் திரவப் பாகுநிலை விசை

$$= \text{பரப்பளவு} \times \eta\frac{dv}{dr}$$

$$= 2\pi r l\eta\frac{dv}{dr}$$

ஆரவழித் திசைவேக வாட்டத்தினை நினைவு கொண்டிடின், இப் பாகுநிலை

விசை திரவ ஓட்டத் திசையில் செயற்படும் எனக் காணலாம். நீள் உருளை ஓட்டின் புறப்பரப்பில் செயற்படும் விசை

$$= 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} + \frac{d}{dr}\left(2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}\right)dr$$

இவ்விசையோவெனின் அவ்வோட்டினைப் பின்னோக்கி இழுக்கின்றது.

எதிர்த்திசைகளில் செயற்படும் இவ்விரு விசைகளின் விளைவு விசை $= \frac{d}{dr}\left(2\pi r l \eta . \frac{dv}{dr}\right)dr$. இது பின்னோக்கிச் செயற்படுகின்றது.

எடுத்துக்கொண்ட திரவ ஓட்டின் திசைவேகம் நிலையாகவிருப்பதால், பின்னோக்கிச் செயற்படும் இவ்விசையினை, புறஅழுத்த வேறுபாட்டின் விளைவாக ஓட்டின் குறுக்குப் பரப்பில் செயற்படும் புறவிசை $2\pi r dr . p$ ஈடு செய்கின்றது.

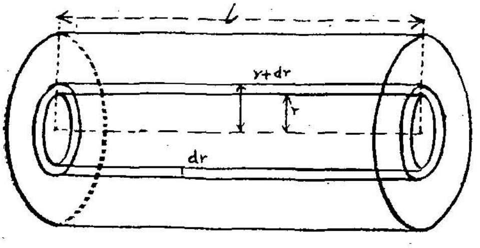
எனவே, $\frac{d}{dr}\left(2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}\right)dr = 2\pi r dr . p$

அல்லது, $\frac{d}{dr}\left(2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}\right) = 2\pi r . p$

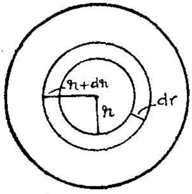
p ஒரு மாறிலி என்பதை நினைவில்கொண்டு, இதனை முழுமையாக்கின்,

$$2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} = \pi r^2 p + c_1$$

$$\text{மேலும் } \frac{dv}{dr} = \frac{rp}{2l\eta} + \frac{c_1}{2\pi r l \eta}$$



படம் 36(அ)



படம் 36(ஆ)

இதனையும் முழுமையாக்கின்,

$$v = \frac{r^2 p}{4l\eta} + \frac{C_1 \log r}{2\pi l \eta} + C_2$$

C_1, C_2 இவையிரண்டும் முழுமையாக்க மாறிலிகளாம். (constants of integration). இவற்றின் மதிப்புகளைக் கணக்கிட, குழாயச்சில் $r=O$. ஆக $\log r = -\infty$ ஆகும். ஆதலின் $v=\infty$ ஆகும். இது உண்மைக்குப் புறம்பானது. ஆகவே, $C_1=Q$ எனக் கொளல் வேண்டும்.

$$\therefore \ v = \frac{r^2p}{4l\eta} + C_2$$

குழாயின் உட்சுவரில் $r=a$ ஆக, $v=O$ ஆகும்.

$$\therefore \ O = \frac{a^2p}{4l\eta} + C_2$$

$$\therefore \ C_2 = -\frac{a^2p}{4l\eta}$$

$$\text{ஆகவே } v = \frac{r^2p}{4l\eta} - \frac{a^2p}{4l\eta}$$

$$= \frac{p}{4l\eta}(r^2-a^2)$$

$a>r$ $\therefore$ v-ன் மதிப்பு எதிராகத் தோன்றுகின்றது. இது ஏனெனின் $\frac{dv}{dr}$ஐ நாம் நேராகக் கொண்டோம். உண்மையில் $\frac{dv}{dr}$ எதிரானது.

$$\text{எனவே, } v = \frac{p}{4l\eta}(a^2-r^2).$$

நீள்உருளை ஓட்டின் வழியே ஒரு வினாடியிற் செல்லும் திரவத்தின் பருமஅளவு

$$dv = \text{குறுக்குப் பரப்பளவு} \times \text{திசைவேகம்}$$

$$= 2\pi r.dr \times \frac{p}{4l\eta}(a^2-r^2)$$

$$= \frac{\pi p}{2l\eta}a^2 r dr - \frac{\pi p}{2l\eta}.r^3 dr$$

$\therefore$ குழாய் வழியே ஒரு வினாடியிற் செல்லும் திரவத்தின் பருமஅளவு

$$v = \int_{r=o}^{r=a} dv$$

$$= \int_{r=o}^{r=a} \frac{\pi p}{2l\eta} [a^2 r.dr - r^3.dr]$$

$$= \frac{\pi p}{2l\eta} \left[a^2 \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_{r=o}^{r=a}$$

$$= \frac{\pi p}{2l\eta} \left[\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4} \right]$$

$$= \frac{\pi p}{2l\eta} \cdot \frac{a^4}{4}$$

$$= \frac{\pi p a^4}{8l\eta}$$

பரிமாண முறை

குழாயினுள் ஒரு வினாடியிற் செல்லும் திரவத்தின் அளவு (i) அதன் முனைகளுக்கிடையேயுள்ள அமுத்த வாட்டம் $\left(\frac{P}{l}\right)$, (ii) குழாயின் ஆரம் (a), (iii) திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகம் (η) ஆகிய மூன்றையும் பொறுத்தது எனவறிவோம்.

இதையே $V \propto \left(\frac{P}{l}\right)^x$

$\propto a^y$

$\propto \eta^z$ எனக் கொள்ளலாம்.

$$\therefore \quad V \propto \left(\frac{P}{l}\right)^x a^y \eta^z$$

அல்லது $V = k \left(\frac{P}{l}\right)^x a^y \eta^z$

இதில் k ஒரு மாறிலியாகும். மற்றவையின் பரிமாணங்களைக் காணுவோம்.

V = ஒரு வினாடியிற் செல்லும் திரவத்தின் பரும அளவு $= L^3T^{-1}$

$\frac{P}{l} = \frac{\text{அமுத்தம்}}{\text{நீளம்}} = \frac{ML^{-1}T^{-2}}{L} = ML^{-2}T^{-2}$

a = ஆரம் $= L$

η = பாகுநிலைக் குணகம் $= ML^{-1}T^{-1}$

இவற்றைச் சமன்பாடு

$$V = k\left(\frac{P}{l}\right)^{x} a^{y}\, \eta^{z}\text{-ல்}$$

மாற்றீடு செய்ய,

$$\begin{aligned} L^{3}T^{-1} &= (ML^{-2}T^{-2})^{x} L^{y} (ML^{-1}T^{-1})^{z} \\ &= M^{x} L^{-2x} T^{-2x} L^{y} M^{z} L^{-z} T^{-z} \\ &= M^{(x+z)} L^{(y-2x-z)} T^{-(2x+z)} \end{aligned}$$

இருபுறமுமுள்ள M, L, T ஆகியவற்றின் மடிகளைச் சமனிட,

$$\begin{aligned} x+z &= 0 \\ y-2x-z &= 0 \\ 2x+z &= 1 \end{aligned}$$

இம்மூன்று சமன்பாடுகளிலிருந்தும்

$$x=1 \,;\; y=4 \,;\; z=-1.$$

எனவே, $$V = k\left(\frac{P}{l}\right) a^{4} \eta^{-1}$$

$$= k\,\frac{Pa^{4}}{\eta l}$$

k-ன் மதிப்பு சோதனை முறையில் $\frac{\pi}{8}$ எனக் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது.

ஆகவே, $$V = \frac{\pi P a^{4}}{8 \eta l}$$

பாய்ஸ்யூல் வாய்பாட்டிற்கான திருத்தங்கள்

மேற்கண்ட சமன்பாடு, திரவ ஓட்டம் குறைந்த வேகத்துடனும், இழைவரி இயக்கமாகவும் இருந்தால்தான் பொருந்தும். திரவத்தின் வேகம் அதிகமாயின் அச் சமன்பாடு பொருந்தாது. ஏனெனில், அழுத்த முகட்டால் விளையும் அழுத்த வேறுபாடு பாகுநிலை விசைகளுக் கெதிராகச் செயற்படுவதோடன்றி, திரவத்திற்கு ஓரளவு இயக்க ஆற்றலையும் தந்துவிடுகிறது. மேலும், குழாயின் நுழைவாயிலில் திரவ அடுக்கமேற்பட்டு, அதன் திசைவேகம் ஒரு குறிப்பிட்ட தொலை விற்குச் சீராக அமைவதில்லை. எனவே, திரவ இயக்கம் இழைவரி இயக்கமாகவிருக்க, அழுத்த முகட்டிற்கும், குழாயின் நீளத்திற்கும் திருத்தங்கள் செய்யப்படல் வேண்டும்.

அழுத்த முகட்டிற்கான திருத்தம்

குழாயின் இரு முனைகளுக்கிடையே உள்ள அழுத்த வேறுபாட்டிற் கான அழுத்த முகட்டை h எனக் கொள்வோம்.

V பருமனுள்ள திரவம் ஒரு வினாடியில் குழாயினுள் ஓடும்போது, செய்யும் வேலை $= V\rho gh$. இதில் ρ என்பது திரவ அடர்த்தியாகும்.

இவ்வாற்றலில் ஒரு பகுதி, பாகுநிலை விசைகளை எதிர்த்துச் செயற்படவும், மீதி திரவத்திற்கு இயக்க ஆற்றலைக் கொடுக்கவும் பயன்படுகிறது. இதில் பாகுநிலை விசைகளை எதிர்த்துச் செயற்படும் அழுத்தம் P_1 எனக் கொள்வோமாயின்,

ஒரு வினாடியில், பாகுநிலை விசைகளுக்கு எதிராகச் செய்யப்படும் வேலை ...... $= P_1 V$.

உள் ஆரமும், புற ஆரமும் முறையே r_1, $r+dr$ உள்ள ஒரு நீள் உருளைக் கூட்டில் திரவத் திசைவேகம் v எனின்,

ஒரு வினாடியில் அவ்வோட்டினுள் செல்லும் திரவத்தின் நிறை

$$= 2\pi r.dr.v.\rho$$

இத்திரவத்தின் இயக்க ஆற்றல் $= \frac{1}{2}.2\pi r.d.r.v.\rho.v^2$

$$= \pi\rho v^3 r.dr$$

$$= \pi\rho\left[\frac{P}{4\eta l}(a^2-r^2)\right]^3 r.dr$$

$$= \frac{\pi P^3\rho}{64\eta^3 l^3}(a^6 r-3a^4r^3+3a^2r^5-r^7)dr$$

இதை முழுமையாக்க,

நுண்புழைக் குழாயினுள் ஒரு வினாடியிற் செல்லும் திரவத்தின் இயக்க ஆற்றல்

$$= \int_0^a \frac{\pi P^3\rho}{64\eta^3 l^3}(a^6 r-3a^4r^3+3a^2r^5-r^7)dr$$

$$= \frac{\pi P^3\rho}{64\eta^3 l^3}\int_0^a (a^6 r-3a^4r^3+3a^2r^5-r^7)dr)$$

$$= \frac{\pi P^3\rho}{64\eta^3 l^3}\left[\frac{a^8}{2}-\frac{3a^8}{4}-\frac{3a^8}{6}-\frac{a^8}{8}\right]$$

$$= \frac{\pi P^3\rho}{64\eta^3 l^3}\cdot\frac{3a^8}{24}$$

$$= \frac{\pi P^3\rho a^8}{512\eta^3 l^3}$$

$$= \left(\frac{\pi P a^4}{8\eta l}\right)^3 \cdot \frac{\rho}{\pi^2 a^4}$$

$$= \frac{V^3 \rho}{\pi^2 a^4}$$

எனவே,

$$V\rho g h = P_1 V + \frac{V^3 \rho}{\pi^2 a^4}$$

அல்லது, $P_1 V = hg\rho V - \frac{V^3 \rho}{\pi^2 a^4}$

$$P_1 = hg\rho - \frac{V^2 \rho}{\pi^2 a^4}$$

$$= g\rho\left(h - \frac{V^2}{\pi^2 a^4 g}\right)$$

இதில், $-\frac{V^2}{\pi^2 a^4 g}$ என்பதே அழுத்த முகட்டிற்கான திருத்தமாகும். இதுவே திரவத்திற்கு இயக்க ஆற்றல் தரப் பயன்படும்.

குழாயின் நீளத்திற்கான திருத்தம்

குழாயின் நுழைவாயிலில் ஏற்படும் திரவ அடுக்கத்தால், அதன் நீளத்திற்கான திருத்தம் அனுபவத்தில் அறியப்படுவதாகும். இதற்காக, குழாயின் நீளம் l-உடன் na கூட்டப்படுகிறது. இதில் a-குழாயின் குறுக்குப் பரப்பளவு; n-ஒரு மாறிலி. இம்மாறிலியின் மதிப்பு ஏறத்தாழ 1·64 ஆகும்.

நுண்புழைக் குழாயிலுள்ள ஒரு விநாடியிற் செல்லும் திரவ அளவிற்கான திருத்தப்பட்ட சமன்பாடு,

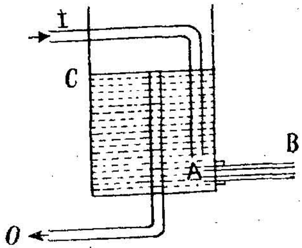
$$V = \frac{\pi a^4}{8(l + 1{\cdot}64a)n}\left(h - \frac{V^2}{\pi^2 a^4 g}\right) g\rho \text{ ஆகும்.}$$

ஒரு திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகம் காணல்

திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகத்தைக் காணப் பயன்படும் ஆய்கருவி படத்தில் காட்டியுள்ளபடி ஒரு பாத்திரத்தின் அடிப்பகுதியில் கிடைமட்டமாகப் பொருத்தப்பட்டதொரு நுண்புழைக் குழாயினையுடையது. மாறா அழுத்தமுகடுகொண்டு இப்பாத்திரத்தில் திரவமட்டம் நிலையான தாக்கப்பட்டிருக்கிறது. இப்பாத்திரம் திரவத்தேக்கி என்றழைக்கப்படும். I என்பது திரவ நுழைவாயில்; O என்பது திரவம் வழிந்

தோடும் வழி. திரவ மட்டம் C-க்கு மேல் உயர்ந்தால், அத்திரவம் O வழியே வெளியேறி அத் திரவத்தேக்கியில் திரவமட்டம் நிலையா யிருக்கும்.

நுண்புழைக் குழாய்வழியே வரும் திரவத்தின் வேகம் சீரானபின், நிறை தெரிந்த ஒரு முகவையை B-ன் கீழ் வைத்துக் குறிப்பிட்ட ஒரு நேரத்திற்குத் திரவத்தைப் பிடித்து, அதன் நிறை யைக் காணவேண்டும். திரவத்தின் அடர்த்தி எண்ணினை ஹேர் கருவி கொண்டும், நுண்புழைக் குழாயின் ஆரத்தினைப் பாதரச இழைமுறையிலும் காணவேண்டும். இச்சோதனையின் காட்சிப் பதிவுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு பதிவிடலாம்.



படம் 37.

முகவையிற் சேர்ந்த திரவத்தின் நிறை	$= m$ கிராம்.
திரவம் சேர ஆகும் நேரம்	$= t$ விநாடி.
திரவ அடர்த்தி எண்	$= \rho$
திரவத்தின் மாறா அழுத்த முகட்டின் உயரம்	$= h$ செ.மீ.
நுண்புழைக் குழாயின் ஆரம்	$= a$ செ.மீ.
நுண்புழைக் குழாயின் நீளம்	$= l$ செ.மீ.

பாய்ஸ்யூல் சமன்பாட்டின்படி,

$$V = \frac{\pi P a^4}{8\eta l}$$

இதில் $V = \frac{m}{\rho t}$; $P = h\rho g$

$$\text{எனவே, } \frac{m}{\rho t} = \frac{\pi (h\rho g) a^4}{8\eta l}$$

$$\therefore \quad \eta = \frac{\pi h g \rho^2 a^4 t}{8 l m} \text{ பாய்சுகள்}$$

வெவ்வேறு ஆரமுள்ள நுண்புழைக் குழாய்களையும், பல்வேறு அழுத்த முகட்டினையும் பயன்படுத்தி, சோதனையினை மீண்டும் செய்து திரவத்தின் சராசரிப் பாகுநிலைக் குணகத்தைக் காணலாம்.

இரு திரவங்களின் பாகுநிலைக் குணகங்களை ஒப்பிடல்

I முறை : திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகத்தினைக் காணப் பயன் படுத்திய மேற்கண்ட ஆய்கருவியினைக் கொண்டே இரு திரவங்களின் பாகுநிலைக் குணகங்களை ஒப்பிடலாம்.

பாகுநிலைக் குணகம் η_1 உள்ள முதல் திரவத் தேக்கியில் எடுத்துக் கொள்ளவேண்டும். அதிலிருந்து திரவ ஓட்ட வீதத்தைக் $\left(\frac{m_1}{t}\right)$ காணல் வேண்டும். நுண்புழைக் குழாய், திரவத் தேக்கி ஆகியவற்றிலிருந்து முதல் திரவத்தினை அகற்றி அவற்றைத் தூய்மையாக்கி, பின் பாகுநிலைக் குணகம் η_2 உள்ள இரண்டாம் திரவத்தினை, முதல் திரவம் இருந்த மட்டத்திற்கே நிரப்பி, அதே நுண்புழைக் குழாயைப் பொருத்தி இத்திரவத்தின் ஓட்ட வீதத்தினைக் $\left(\frac{m_2}{t}\right)$ காணல் வேண்டும். முதல், இரண்டாம் திரவங்களின் அடர்த்தி முறையே ρ_1, ρ_2 எனவும், நுண்புழைக் குழாயின் நீளம், ஆரம் முறையே l, a எனவும் கொண்டிடின்,

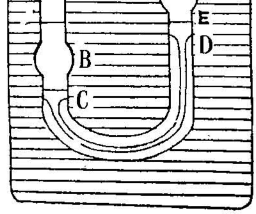
$$\eta_1 = \frac{\pi h g \rho_1^2 a^4 t}{8 l m_1}$$

$$\eta_2 = \frac{\pi h g \rho_2^2 a^4 t}{8 l m_2}$$

$$\therefore \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\rho_1^2 m_2}{\rho_2^2 m_1}$$

$\frac{\rho_1}{\rho_2}$ ஐ ஹேர் கருவி மூலம் கண்டு, $\frac{\eta_1}{\eta_2}$ ஐக் கணக்கிடலாம்.

II. முறை : ஆஸ்வால்டு பாகுநிலைமானி. இரு திரவங்களின் பாகுநிலைக் குணகங்களை ஒப்பிட, ஆஸ்வால்டு ஆய்கருவி பயன்படுகிறது. படத்தில் காட்டியுள்ளபடி $ABCDEF$ என்னும் U வடிவக் கண்ணாடிக் குழாயில், B, F என்பவை குமிழ்களாகவும், CD என்ற குழாய்ப் பகுதி நுண்புழை உடையதாகவும் உள்ளது. F என்ற குமிழிற்கு மேலும் கீழும் G, E என்ற கோடுகள் அக்குழாயின் மேல் வரையப்பட்டுள்ளன.



படம் 38

திரவங்களில் ஒன்றினை B-ல் நிரப்பி, மறுமுனை வழியே உறிஞ்சி, F-ல் நிரப்பி அதன் மட்டம் G-க்கு மேலிருக்கும்படி செய்தல் வேண்டும். பற்றியழுத்துங் கருவி (stop-cock) H திறந்திருக்க, புவியீர்ப்பின் விளைவாகத் திரவமட்டம் கீழிறங்கும். திரவப் பிறைத்தளம் G ஐக் கடக்கும்போது நிறுத்து கடிகாரமொன்றை ஓடவிட்டு, திரவமட்டம் E ஐக் கடக்கும்போது கடிகாரத்தினை நிறுத்தவேண்டும். இதனின்று, திரவம் G-லிருந்து E வரை இறங்கவாகும் நேரத்தைக் (t_1)

காணலாம். பின் இத்திரவத்தைக் குழாயினின்றும் அகற்றி, இரண்டாவது திரவத்திற்கு மேற்கொண்ட முறையிலேயே G-லிருந்து E வரை இறங்கவாகும் நேரத்தைக் (t_2) காணல் வேண்டும். இரு முறையிலும் G-லிருந்து E வரை இறங்கும் திரவத்தின் அளவு (V) ஒன்றாகும். முதல் திரவத்தின் அடர்த்தியும், பாகுநிலைக் குணகமும் முறையே ρ_1, η_1 எனவும், இரண்டாம் திரவத்திற்கு அவை முறையே ρ_2, η_2 எனவும் கொள்வோம். ஓட்டத்தினை விளைவிக்கும் அழுத்தம் முதல் திரவத்திற்கு P_1 எனவும், இரண்டாவது திரவத்திற்கு P_2 எனவும் கொண்டிடின்,

$$\frac{V}{t_1}=\frac{\pi P_1 a^4}{8\eta_1 l} \qquad (1)$$

$$\frac{V}{t_2}=\frac{\pi P_2 a^4}{8\eta_2 l} \qquad (2)$$

எனவே சமன்பாடு (1) ஐ (2) ஆல் வகுக்க,

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{P_1}{P_2}\cdot\frac{\eta_2}{\eta_1}$$

$$=\frac{h\rho_1 g\eta_2}{h\rho_2 g\eta_1}$$

$$=\frac{\rho_1}{\rho_2}\cdot\frac{\eta_2}{\eta_1}$$

அதாவது $\frac{\eta_1}{\eta_2}=\frac{\rho_1 t_1}{\rho_2 t_2}$.

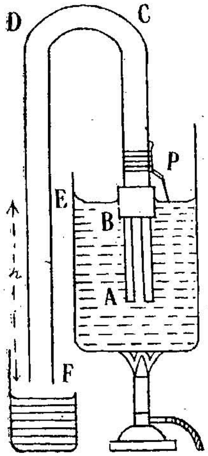
ஹேர் கருவி கொண்டு $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ கண்டு, $\frac{\eta_1}{\eta_2}$ ஐக் கணக்கிடலாம்.

வெப்ப நிலையும் பாகுநிலைக் குணகமும்

ஒரு திரவத்தின் வெப்பநிலை மாற அதன் பாகுநிலைக் குணகமும் மாறும் எனக் கண்டுபிடிக்கப்பட்டுள்ளது. அங்ஙனம் மாறும் பாகுநிலைக் குணகங்களை ஒப்பிட, ஆஸ்வால்டு ஆய்கருவியையே பயன்படுத்தலாம். அதைவிடக் கீழ்க்கண்ட எளிய முறையில் திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகத்தினைப் பல வெப்பநிலைகளில் கண்டு, ஒப்பிடலாம்.

AB என்ற நுண்புழைக் குழாய் (படம் 39) $BCDEF$ என்ற மற்றொரு U வடிவக் குழாயுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. நுண்புழைக் குழாய்; திரவத்தில் நன்றாக மூழ்கியிருக்கும்படியும், U வடிவக் குழாயுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள குறிமுள்ளின் முனை (P), திரவ மேற்பரப்பைத் தொடும்படியும் அமைக்கப்படல் வேண்டும். $ABCDEF$ வழியே திரவ ஓட்டமேற்படும்போது திரவமட்டம் இறங்கும். குறிமுள்

ளின் முனை எப்போதும் திரவ மேற்பரப்பைத் தொட்டிருக்கும்படி சரி செய்யப்படவேண்டும். இதனால் நிலையான அழுத்த முகட்டோடு திரவ ஓட்டம் ஏற்படும். பாத்திரத்திலுள்ள திரவ மட்டத்திற்கும் (E), குழாயின் முனைக்கும் (F) உள்ள அழுத்த வேறுபாட்டால் திரவம் குழாய் வழியே வெளியேறும். இவ்வழுத்த வேறுபாட்டிற்கான திரவத்தம்பத்தின் உயரம் (EF) h எனக் கொள்வோம்.



படம் 39

நிறை தெரிந்த முகவையொன்றைக் குழாய் முனையின்கீழ் வைத்து, அறையின் வெப்பநிலையில் (T_1°C) திரவ ஓட்ட வீதத்தைக் (V_1) காண வேண்டும். பின், பாத்திரத்தை T_2°C-க்குச் சூடேற்றி ($T_2 - T_1 =$ சுமார் 10°C) மீண்டும் ஓட்ட வீதத்தைக் கணக்கிடவேண்டும்.

இங்கு $$V_1 = \frac{\pi P_1 a^4}{8\eta_1 l}$$

$$V_2 = \frac{\pi P_2 a^4}{8\eta_2 l}$$

இதில் η_1, η_2 என்பவை முறையே T_1°C, T_2°C-ல் திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகங்களாகும்.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_1\eta_2}{P_2\eta_1}$$

$$= \frac{h\rho_1 g\eta_2}{h\rho_2 g\eta_1}$$

$$= \frac{\rho_1\eta_2}{\rho_2\eta_1}$$

ஆகவே, $$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\rho_1 V_2}{\rho_2 V_1}$$

திரவத்தின் சார்பிலா விரிவெண் C எனின்,

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 + C(T_2 - T_1)$$

ஆகவே, மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து $\frac{\eta_1}{\eta_2}$-ன் மதிப்பினைக் கணக்கிடலாம். ஏதேனும் ஒரு வெப்பநிலையில், திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகத்தினை நேரடியாகக் கண்டு மற்றைய வெப்பநிலையில் அதன் பாகுநிலைக் குணகத்தினைக் கணக்கிடலாம். திரவத்தின் வெப்பநிலை அதிகமாக, அதன் பாகுநிலைக் குணகம் குறைவதைக் காணலாம்.

பாகுநிலைமிகு திரவங்களின் பாகுநிலைக் குணகம் காண

(Determination of the coefficient of viscosity of highly viscous liquids)

ஸ்டோக்ஸ் முறை (Stokes' method)

இவ்வதிகாரத்தில், இதுவரை கண்ட முறைகளெல்லாம் குறைந்த பாகுநிலைக் குணகமுள்ள திரவங்களுக்குப் பொருந்துமேயன்றி, பாகுநிலைமிகு திரவங்கட்குப் பொருந்தா. மேலும், பாகுநிலைமிகு திரவம் நுண்புழைக் குழாய் வழியே எளிதில் செல்லவியலாது. சர் ஜார்ஜ் ஸ்டோக்ஸ் (Sir George Stokes) என்பார், கீழ்க்கண்ட முறையினைப் பாகுநிலைமிகு திரவங்கட்கென வகுத்தார்.

உயரமான அகன்ற ஜாடியொன்றில் பாகுநிலைமிகு திரவம் (விளக்கெண்ணெய்) நிரப்பப்பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். ஒரு சிறிய எஃகு குண்டு அத்திரவத்தில் விடப்பட்டால், புவியீர்ப்பின் விளைவாக அது திரவத்தினுள் இறங்கும். புவியீர்ப்பு விசை விளைவிக்கும் முடுக்கத்தால் குண்டின் திசைவேகம் ஒரு சீராக அதிகமாகும். திரவத்தின் பாகுநிலை விசையோவெனில் குண்டு இறங்கும் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் செயற்படும். குண்டின் திசைவேகம் அதிகமாக அதிகமாக, பாகுநிலை விசையும் அதிகமாகும். குண்டின் தோற்ற எடை எதிர்த்திசையில் செயற்படும் பாகுநிலை விசைக்குச் சமனானபின் அக்குண்டு ஒரே சீரான திசைவேகத்துடன் திரவத்தினுள் இறங்கும். இந்நிலையில், குண்டின் சீரான திசைவேகமே அதன் **முற்றுத் திசைவேகம்** (terminal velocity) எனப்படும்.

திரவத்தின் பாகுநிலை விசை (i) குண்டின் முற்றுத் திசைவேகம் (v), (ii) குண்டின் ஆரம் (a), (iii) திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகம் (η) ஆகியவற்றினைப் பொறுத்தது எனக் கொண்டு, பரிமாண முறையில் அப்பாகுநிலை விசைக்கான சமன்பாட்டை ஸ்டோக்ஸ் கண்டறிந்தார். இவ்விசை v-ன் x மடிக்கும், a-ன் y மடிக்கும், η-ன் z மடிக்கும் நேர் விகிதத்திலிருப்பதாகக் கொண்டார். அதன்படி,

$$f \propto v^x a^y \eta^z$$

அல்லது $f = kv^x a^y \eta^z$. இதில் k ஒரு மாறிலி.

பரிமாண முறையில்,

$$f = MLT^{-2}$$

$$v = LT^{-1}$$

$$a = L^1$$

$$\eta = ML^{-1}T^{-1}$$

$$\therefore MLT^{-2} = (LT^{-1})^x L^y (ML^{-1}T^{-1})^z$$

$$= M^z L^{(x+y-z)} T^{-(x+z)}$$

இருபுறமுமுள்ள M, L, T ஆகியவற்றின் மடிகளை ஒப்பிட,

$$z = 1$$

$$x+y-z = 1$$

$$x+z = 2$$

இவற்றிலிருந்து, $x=1$; $y=1$; $z=1$.

$$\therefore f = k\eta av$$

சோதனை முறையில் k-ன் மதிப்பு 6π எனக் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது.

எனவே $f = 6\pi\eta av$

குண்டின் நிறை m எனவும், அதனடர்த்தி σ எனவும், திரவ அடர்த்தி ρ எனவும் கொண்டிடின்,

குண்டின் எடை $= mg$

குண்டின் பருமன் $= \dfrac{m}{\sigma}$

குண்டால் இடம் பெயர்க்கப்பட்ட திரவத்தின் நிறை $= \dfrac{m}{\sigma} \cdot \rho$

குண்டால் இடம் பெயர்க்கப்பட்ட திரவத்தின் எடை $= \dfrac{m}{\sigma} \cdot \rho g$

எனவே, குண்டின் தோற்ற எடை $= mg - \dfrac{m}{\sigma}\rho g$

$$= mg\left(1 - \frac{\rho}{\sigma}\right)$$

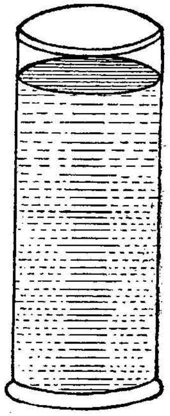
குண்டின் நிறை $m = \frac{4}{3}\pi a^3\sigma$

எனவே, $6\pi\eta av = \frac{4}{3}\pi a^3\sigma g\left(1 - \dfrac{\rho}{\sigma}\right)$

$$\therefore \eta = \frac{2}{9}\,\frac{a^2}{v}(\sigma - \rho)g$$

சோதனை : ஒரு நீண்ட, அகலமான ஜாடியின் வெளிப்புறத்தில் அதன் நீளப் போக்கில் சம இடைத் தொலைவுள்ள கோடுகள் பல வரைந்து, அதனைப் பாகுநிலைமிகு திரவம் ஒன்றால் (விளக்கெண்ணெய் அல்லது கிளிசரைன்) நிரப்ப வேண்டும். வடிவொத்த பல எஃகு குண்டுகளைப் பொறுக்கியெடுத்துக்கொண்டு, அவற்றுள் ஒன்றை

ஜாடியினுள் விடவும். அது ஜாடியின் மேற்புறமுள்ள முதற்கோட்டைக் கடக்கும்போது ஒரு நிறுத்து கடிகாரத்தை இயக்கவும். குண்டு ஒவ்வொரு கோட்டைக் கடக்கும்போதும் நேரத்தைக் குறித்துக் கொள்ளவும். இதில், அடுத்தடுத்துள்ள மூன்று கோடுகளில், முதவிரண்டு கோடுகளுக்கிடையேயுள்ள தொலைவினைக் கடக்க ஆகும் நேரம், அடுத்தவிரண்டு கோடுகளுக்கிடையேயுள்ள தொலைவினைக் கடக்க ஆகும் நேரத்திற்குச் சமனாகும்போது அக்குண்டு முற்றுத் திசைவேகம் பெற்றுவிடுகிறது. ஆகவே, அக்கோடுகளில் ஒன்றைக் குறியிடவும் (A). அதன் கீழே x தொலைவில் உள்ள மற்றொரு கோடு B-யினையும் குறியிடவும். பின் இன்னொரு குண்டினைத் திரவத்தில் தானே விழவிட்டு A-லிருந்து B வரை செல்ல ஆகும் நேரத்தினைக் (t) கணக்கிடவும். இதனின்றும், குண்டின் முற்றுத் திசைவேகம் $v = \frac{x}{t}$ எடுத்துக்கொண்ட வடிவொத்த பல குண்டுகளைப் பயன்படுத்தித் திரவத்தில் சராசரி முற்றுத் திசைவேகத்தினைக் கணக்கிடவும். திரவத்தின் அடர்த்தி (ρ), குண்டின் அடர்த்தி (σ), குண்டின் சராசரி ஆரம் (a) ஆகியவற்றினை அளந்து, ஸ்டோக்ஸ் பாகுநிலைக் குணகத்திற்கான சமன்பாடு.



படம் 40

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{a^2}{v}\ (\sigma - P)g\text{-ல்}$$

மாற்றீடு செய்து, திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகத்தைக் கணக்கிட வேண்டும்.

உராய்வுத் தடை (Lubrication)

நமது அன்றாட வாழ்வில் உராய்வு விசையின் இன்றியமையாமையினை நாமறிவோம். உராய்வு விசைதான் திருகுமரைகள், திருகாணிகள், ஆணிகள் முதலானவை மற்றப் பொருள்களை இறுகப் பிடித்திருக்க உதவுகின்றது. பொருள்களைத் தூக்குவதற்கும், கார் ஓடுவதற்கும், ஏன், நாம் நடப்பதற்கும் கூட, உராய்வு விசை இன்றியமையாதது. ஆனால், இவ்வுராய்வு விசை மிகுந்திருப்பின், இயந்திரங்களின் இயக்கம் பெரிதும் தடைப்படுவதோடன்றி, அவற்றின் பயனுறுதிறன் (efficiency) குறைந்து, வெப்பம் தோற்றுவிக்கப்படுகின்றது. மேலும் இயந்திரப் பகுதிகள் தேய்வுறுகின்றன. இவற்றைத் தடுக்க, உராய்வு விசை சிறுமமாக இருத்தல் வேண்டும். இதற்காக இயந்திரங்களில் குண்டுப் பொதிகைகளும் உராய்வு காப்புப் பொருள்களும் (lubricants) பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

உராய்வு விசையைக் குறைக்கின்ற மென்மையான உலோகமோ அன்றிப் பாகுநிலைமிகு திரவமோ உராய்வுக் காப்புப் பொருளாகப் பயன் படும். இரு திடப்பொருள்களின் பரப்புகளுக்கிடையே உராய்வுக் காப்புப் பொருளொன்றின் மெல்ஏடு (thin film) இருப்பின், அவற்றுக்கிடையேயுள்ள உராய்வு விசை திடப்பொருட் பரப்புகளின் வேதியியல் தன்மையினையும் (chemical nature) உராய்வுக் காப்புப் பொருளின் தன்மையினையும் பொறுத்தது. உராய்வுக் காப்புப்பொருள் அப்பரப்பில் நன்றாக ஒட்டிக் கொள்ளுமாயின், உராய்வுவிசை பெரிதும் குறைக்கப்படும்.

நன்றாக உராய்வுத் தடையிடப்பட்ட பரப்புகளிடையேயுள்ள உராய்வுவிசை அப்பரப்புகளின் தன்மையினையோ அல்லது அவை ஒன்றின்மேல் ஒன்று அழுத்தும் விசையினையோ பொறுத்ததல்ல. அது, உராய்வுக் காப்புப்பொருளையும், இரு பரப்புகளிடையேயுள்ள ஒப்புத் திசைவேகத்தையும் பொறுத்தது. ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு உராய்வுக் காப்புப் பொருள் இரு பரப்புகளுக்கிடையேயிருப்பின் அவற்றுக்கிடையே தோன்றும் உராய்வு விசை $= \frac{A\eta v}{d}$ எனக் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது. இதில் $A =$ ஒன்றையொன்று தொடும் பரப்பளவு; $v =$ அப்பரப்புகளிடையேயுள்ள ஒப்புத் திசைவேகம்; $\eta =$ உராய்வுக் காப்புப் பொருளின் பாகுநிலைக் குணகம்; $d =$ இரு பரப்புகளுக்கிடையேயுள்ள தொலைவு. மேற்கண்ட சமன்பாட்டின்படி, பாகுநிலைக் குணகம் (η) அதிகமுள்ளதொரு திரவம் பயன்படுத்தப்படின், அப்பரப்புகளுக் கிடையேயுள்ள விசையின் அளவும் அதிகமாவதாகத் தோன்றும். ஆனால், பாகுநிலைக் குணகம் அதிகமுள்ள திரவம் பயன்படுத்தப்படின், இரு பரப்புகளுக்குமிடையேயுள்ள தொலைவும் (d) அதிகமாகும். எனவே, இது அவ்விசையினைக் குறைக்கும். மொபில் எண்ணெய் (mobil oil), கிரீஸ் (grease) போன்றவை மிகச் சிறந்த உராய்வுக் காப்புப் பொருள்களாகப் பயன்படுகின்றன. ஏனெனில், அவற்றின் பாகுநிலைக் குணகம் அதிகமாகும். மேலும் அதிக வெப்பநிலையிலுங்கூட அவற்றின் வேதியியல் தன்மை மாறுவதில்லை.

மாதிரிக் கணக்குகள்

1. பாய்ஸ்யூல் முறைச் சோதனையில் கண்ட காட்சிப் பதிவீடுகள் வருமாறு :

ஒரு நிமிடத்தில் ஓடும் நீரின் பரும அளவு	= 7·08 க.செ.மீ.
நீரழுத்த முகடு	= 34·1 செ.மீ.
குழாயின் நீளம்	= 56·45 செ.மீ.
குழாயின் ஆரம்	= 0·0514 செ.மீ.

இவற்றிலிருந்து நீரின் பாகியல் குணகத்தைக் கணக்கிடுக.

குழாயில் ஒரு விநாடியிற் செல்லும் திரவத்தின் பரும அளவு } $V = \frac{\pi p a^4}{8 l \eta}$

குழாயில் ஒரு நிமிடத்தில் செல்லும் திரவத்தின் பரும அளவு } $V = \frac{\pi p a^4}{8 l \eta} \times 60$

எனவே,

$$\eta = \frac{\pi p a^4}{8 l V} \times 60$$

$$= \frac{\pi (hdg) a^4 \times 60}{8 l V}$$

இங்கு, $V = 7 \cdot 08$ க.செ.மீ.

$h = 34 \cdot 1$ செ.மீ.

$a = 0 \cdot 0514$ செ.மீ.

$l = 56 \cdot 45$ செ.மீ.

இவற்றை மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் மாற்றீடு செய்ய,

$$\eta = \frac{\pi \times 34 \cdot 1 \times 1 \times 980 \times (0 \cdot 0514)^4 \times 60}{8 \times 56 \cdot 45 \times 7 \cdot 08}$$

$= 0 \cdot 0138$ டைன்கள்/ச.செ.மீ./ஓரலகு திசைவேக வாட்டம்.

எனவே, நீரின் பாகியல் குணகம் $0 \cdot 0138$ டைன்கள்/ச.செ.மீ./ஓரலகு திசைவேக வாட்டம் ஆகும்.

2. குறுக்குப் பரப்பளவு 30 ச.செ.மீ. உள்ள பாத்திரத்தின் அடியில் 10 செ.மீ. நீளமும் 0·5 மி.மீ. உள் ஆரமுமுள்ள ஒரு நுண்புழைக் குழாய் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. நுண்புழைக் குழாயிலிருந்து 20 செ.மீ. உயரத்திற்கு நீர் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. நீரின் பாகியல் குணகம் 0·01 அலகுகளாயின் பாத்திரத்திலுள்ள நீரில் பாதி வடிய ஆகும் நேரத்தைக் காண்க.

இதில் அழுத்த முகட்டின் உயரம் சோதனையின்போது மாறுவதால், சோதனையின் தொடக்கத்திலுள்ள அழுத்த முகட்டின் உயரத்திற்கும் இறுதியிலுள்ள அழுத்த முகட்டின் உயரத்திற்குமுள்ள சராசரி உயரத்தை இங்கு அழுத்த முகட்டின் உயரமாகக் கொள்ளல் வேண்டும்.

't' விநாடியில் நுண்புழைக் குழாய் வழியே செல்லும் திரவத்தின் பரும அளவு } $V = \frac{\pi p a^4 . t}{8 l \eta}$

இங்கு, $V = 30 \times 10 = 300$ க.செ.மீ.

$p = 15 \times 1 \times 980$ டைன்கள்/ச.செ.மீ.

$a = 0 \cdot 05$ செ.மீ.

$l = 10$ செ.மீ.

$\eta = 0{\cdot}01$ அலகுகள்

$t = ?$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் இவற்றை மாற்றீடு செய்ய,

$$300 = \frac{\pi \times 15 \times 1 \times 980 \times (0{\cdot}05)^4 \times t}{8 \times 10 \times 0{\cdot}01}$$

$$\therefore \quad t = \frac{300 \times 8 \times 10 \times 0{\cdot}01}{\pi \times 15 \times 980 \times (0{\cdot}05)^4}$$

$$= 831{\cdot}4 \text{ விநாடிகள்.}$$

எனவே, பாத்திரத்திலுள்ள நீரில் பாதி வடிய 831·4 விநாடிகளாகும்.

3. 8 செ.மீ. விட்டமும் 4 கிலோ மீட்டர் நீளமுமுள்ள கிடைமட்டமாக வைக்கப்பட்ட குழாயின் வழியே நிமிடத்திற்கு 1500 லிட்டர்கள் நீரோட்டமிருக்கத் தேவையான அமுத்த முகட்டைக் காண்க. நீரின் பாகியல் குணகம் 0·01 அலகுகள்.

't' விநாடியில் குழாயின் வழியே செல்லும் நீரின் பரும அளவு $\Big\}$ $V = \dfrac{\pi p a^4 \times t}{8 l \eta}$

இங்கு, $V = 1500 \times 1000 = 1500000$ க.செ.மீ.

$a = 4$ செ.மீ.

$l = 400000$ செ.மீ.

$\eta = 0{\cdot}01$ அலகுகள்.

மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் மாற்றீடு செய்ய,

$$1500000 = \frac{\pi \times p \times 4^4 \times 60}{8 \times 400000 \times 0{\cdot}01}$$

$$\therefore \quad p = \frac{1500000 \times 8 \times 400000 \times 0{\cdot}01}{\pi \times 256 \times 60}$$

$$= 9{\cdot}949 \times 10^5 \text{ டைன்கள்/ச.செ.மீ.}$$

அதாவது, $9{\cdot}949 \times 10^5$ டைன்கள்/ச.செ.மீ. உள்ள அமுத்த முகடு தேவையாகும்.

வினாக்கள்

1. 'திசைவேக வாட்டம்' என்றால் என்ன? 'இழைவரி இயக்கம்', 'கலங்கிய ஓட்டம்' ஆகியவற்றை விளக்குக.
2. ஒரு திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகத்தினை வரையறுக்கவும். அதன் பரிமாணங்கள் யாவை? நீரின் பாகுநிலைக் குணகத்தைக் காணச் செய்முறை ஒன்றை விளக்கு.

3. இரு திரவங்களின் பாகியல் குணகங்களை ஒப்பிடும் முறை யொன்றை விளக்குக. ஒரு நுண்புழைக் குழாய் வழியே ஏற்படும் திரவ ஓட்ட வீதத்திற்கான சமன்பாட்டைப் பெறுக.

4. ஸ்டோக்ஸ் சமன்பாட்டைக் கண்டு, அதனால் கிளிசரைனின் பாகியல் குணகத்தைக் காணும் முறையினை விளக்குக. இச் சமன்பாட்டின் பயனொன்றினைப் பற்றிச் சிறு குறிப்பு வரைக.

5. ஒரு திரவத்தின் பாகுநிலைக் குணகம் வெப்பநிலைக்கேற்ப வேறுபடுவதை விரிவாக விளக்கிக் காட்டுக.

6. ஒரு நுண்புழைக் குழாயில் திரவ ஓட்டத்திற்கான பாய்ஸ்யூல் சமன்பாட்டைப் பெற்று, அதற்கான திருத்தங்களையும் காண்க.

7. சீரான ஒரு நுண்புழைக் குழாய் வழியே பாகுநிலைத் திரவ மொன்றின் ஓட்ட வீதத்திற்கான சமன்பாட்டினைப் பெறவும். 20 ச.செ.மீ. குறுக்குப் பரப்புள்ள ஒரு நீள்உருளைச் சாடியின் அடிப்பகுதியில் 15 செ.மீ. நீளமும், 1 மி.மீ. விட்டமுமுள்ள கிடைமட்ட நுண்புழைக் குழாய் வழியே நீரோட்டமுள்ளது. நீர் மட்டம் 20 செ.மீ-லிருந்து, 10 செ.மீ.-க்கு இறங்கவாகும் நேரத்தைக் கணக்கிடுக. நீரின் பாகுநிலைக் குணகம் 0·009 அலகுகள் எனவும், நீர்மட்டம் குழாயின் அச்சிலிருந்து கணக்கிடப்படுவதாகவும் கொள்க.

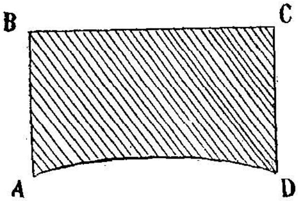
8. பாகுநிலைமிகு திரவமொன்றின் பாகியல் குணகத்தைக் காணும் ஸ்டோக்ஸ் முறையினையும், அம்முறையின் கொள்கை யினையும் விளக்குக.

உராய்வுக் காப்புப் பொருள்கள் பற்றிச் சிறு குறிப்புத் தருக.

4. பரப்பு இழுவிசை
(Surface Tension)

ஒரு திரவத்தின் மேற்பரப்பானது விரிவாக்கப்பட்ட சவ்வினை (membrane) ஒத்திருக்கிறது. அதனால், அது இயல்பாகவே சுருங்கும் தன்மையுடையதாகவும், மேற்பரப்பைச் சிறுமமாகவும் ஆக்க முற்படுகிறது. திரவ மேற்பரப்பின் இத்தன்மைகளை விளக்கும் ஆய்வுகளில் சிலவற்றை இங்குக் காண்போம்.

(அ) படத்தில் காட்டியபடி *ABCD* என்ற கம்பியை எடுத்துக் கொள்ளவும். அதன் *A*, *D* ஆகிய முனைகளில் ஒரு நூலைத் தளர்வாக

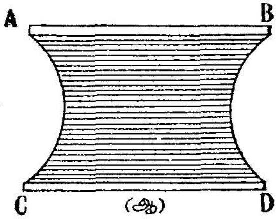


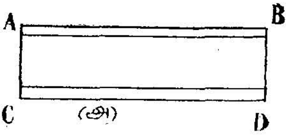
படம் 41

இணைக்கவும். பின் அக்கம்பியைச் சோப்புக் கரைசலில் மூழ்க வைத்தெடுத்தால், கம்பிக்கும் நூலிற்குமிடையே சோப்பு நீராலான மென்படலம் (soap film) இருக்கும். அம்மென்படலம் நூலை உட்புற மிழுத்தலால், நூலானது வட்டப்பகுதியாக அமைந்து, அம்மென் படலத்தின் பரப்பு, சிறுமமாக இருக்கக் காணலாம்.

(ஆ) *AB* என்ற கண்ணாடித்தண்டின் *A*, *B* ஆகிய முனைகளி லிருந்து இரு நூல்களின் உதவியால் மற்றொரு கண்ணாடித் தண்டு *CD*-யைத் தொங்கவிடவும் [படம் 42 (அ)]. இதைச் சோப்புக்கரைசலில் மூழ்கவைத்தெடுத்தால் இரு கண்ணாடித் தண்டுகளுக்கும் நூலிற்கு மிடையே, சோப்பு நீராலான மென்படலமிருக்கும் [படம் 42 (ஆ)].

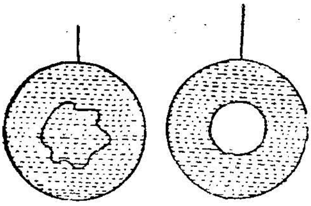
இரு நூல்களும் உட்புறம் இழுக்கப்பட்டு அவ்விரு தண்டுகளுக்கு மிடையே உள்ள பரப்பு சிறுமமாக்கப்பட்டிருப்பதைக் காணலாம்.



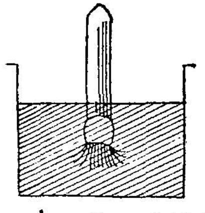


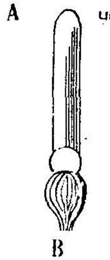
படம் 42

(இ) ஒரு கம்பியாலான வளையத்தைச் சோப்புக் கரைசலில் மூழ்க வைத்தெடுத்தால் அக்கம்பியில் சோப்பு நீராலான மென்படலமிருக்கும். அதில் இருமுனையும் இணைக்கப்பட்ட, ஈர நூலொன்றைப் படத்தில்



படம் 43(அ)





படம் 43 (ஆ)

காட்டியபடி வைக்கவும். பின், அந்நூலுக்கு உட்புறமுள்ள மென்படலம் ஓர் ஊசியால் குத்தப்பட்டால் அம்மென்படலம் மறைந்து, நூலானது உடனே வட்டவடிவில் அமைந்துவிடுகிறது. ஒரு குறிப்பிட்ட சுற்றள விற்கு, வட்டத்தின் பரப்பு பெருமமாயிருப்பதால் கம்பி வளையத்தில் மீதமுள்ள மென்படலத்தின் பரப்பு சிறுமமாயிருக்கிறது [படம் 43 (அ)].

(ஈ) ஒரு தூரிகை (brush) யானது நீரில் மூழ்கியிருப்பின், அதன் மயிர்கள் நன்கு விலகியிருக்கக் காணலாம். அத்தூரிகை நீரிலிருந்து வெளியே எடுக்கப்பட்டால், அதன் மயிர்கள் நன்ருகக் குவிந்தும் ஒட்டியுமிருக்கும். ஏனெனில், அவைகளுக்கிடையே உள்ள மென்படலம் சுருங்கியிருப்பதால் அவ்வாறிருக்கிறது [படம் 43 (ஆ)].

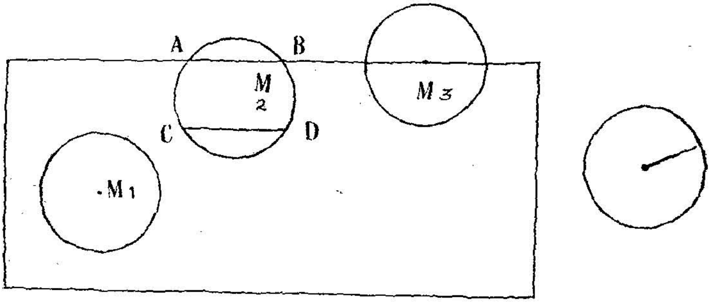
(உ) சோப்புநீர்க் குமிழியோ அல்லது நீர்த்துளியோ ஒரு குறுகிய குழாயின் நுனியில் தோற்றுவிக்கப்பட்டால் அது கோளவடிவாயிருக்கக் காண்கிருேம். ஒரு குறிப்பிட்ட பருமஅளவிற்குக் கோளத்தின் புறப் பரப்புச் சிறுமமாதலால், அந்நீர்த்துளி அல்லது சோப்புநீர்க் குமிழி கோள வடிவாயிருக்கிறது.

மேற்கண்ட ஆய்வுகளால், ஒரு திரவ மேற்பரப்பானது விரிவாக்கப் பட்ட சவ்வினை ஒத்திருப்பதையும், அதில் செயற்படும் ஒரு விசையால் அப்பரப்பு சிறுமமாக முயல்வதையும் காண்கிருேம். இவ்வாறு திரவ மேற்பரப்பிலேற்படும் விசையே 'பரப்பு இழுவிசை' என்றழைக்கப் படுகிறது.

பரப்பு இழுவிசை—விளக்கம்

ஒரு திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசையை, பருப்பொருளின் மூலக் கூறுக் கொள்கையின் (kinetic theory of matter) அடிப்படை யில் விளக்கிக் கூறலாம். ஒரு திரவத்திலுள்ள மூலக்கூறுகள் (molecules) ஒன்றையொன்று கவர்ந்திழுத்துக் கொள்கின்றன. ஒரு மூலக்கூறுக்கும் மற்றொரு மூலக்கூறுக்குமிடையே உள்ள தொலைவு அதிகமாயின், அவற்றிற்கிடையே உள்ள ஈர்ப்புவிசை குறைகிறது. ஒரு குறிப்பிட்ட தொலைவிற்கப்பால் இவ்விசையானது மதிக்கத் தேவையற்ற (negligible) அளவிற்குக் குறைந்துவிடுகிறது. இத் தொலைவே மூலக்கூறு ஈர்ப்பு இயங்கெல்லை (range of molecular attraction) எனப்படுகிறது. இத்தொலைவை 'r' எனக் கொள்வோம். திரவத்தினுள் ஏதாவதொரு புள்ளி Mஐ மையமாகவும், ஆரம் 'r' எனவும் கொண்டு ஒரு கோளமானது வரையப்படின் (படம் 44) அக் கோளத்திற்கு ஆட்சிப் புலம் (sphere of influence) என்று பெயர். இவ்வாட்சிப் புலத்தின் மையப்புள்ளி M-லுள்ள ஒரு மூலக்கூருனது அதன் புலத்திலுள்ள மற்றைய மூலக்கூறுகளால் ஈர்க்கப்படுகிறது. மேலும், ஆட்சிப் புலத்திற்கு அப்பாலுள்ள மூலக்கூறுகள் M-லுள்ள மூலக்கூறைக் கவர்ந்திழுக்கும் விசையானது மதிக்கத் தேவையற்ற அளவிற்கு மிகமிகக் குறைந்திருக்கும். எனவே, அம் மூலக்கூருனது ஆட்சிப்புலத்திற்கப்பாலுள்ள மூலக்கூறுகளால் ஈர்க்கப்படுவதில்லை என்றே கொள்ளலாம்.

படம் 44-ல் காட்டியபடி M_1 என்ற மூலக்கூறுனது திரவத்தினுள் உள்ளது. அதன் ஆட்சிப்புலத்திலுள்ள மற்றைய மூலக்கூறுகளால் அது எல்லாத் திசைகளிலும் சமவிசையால் ஈர்க்கப்படுகிறது. எனவே, M_1 ஆனது எத்திசையிலும் நகராது அதே இடத்திலிருக்கும். அதனால் M_1-ல் ஏற்படும் ஈர்ப்பு விளைவுவிசை சுழியாகும். அடுத்து, திரவப் பரப்பிற்கு அருகிலுள்ள M_2 என்ற மூலக்கூறை எடுத்துக்கொள்வோம்.



படம் 44

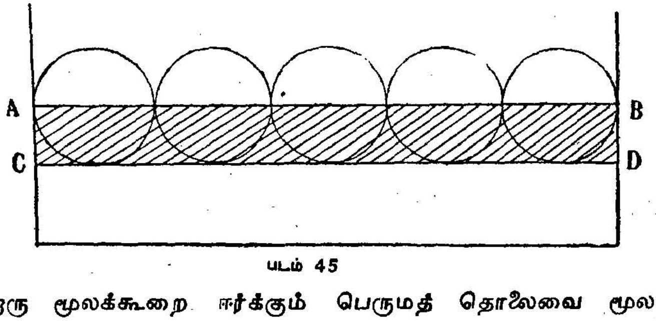
அதன் ஆட்சிப்புலத்திலுள்ள மூலக்கூறுகளால் அது ஈர்க்கப்படுகிறது. M_2-ன் ஆட்சிப்புலத்தில் AB என்பது திரவப் பரப்பாகும். M_2-லிருந்து AB-யின் தொலைவிற்குச் சமதொலைவுள்ளதும் AB-க்கு இணையானதுமான CDஐ வரையவும். CD-யும் திரவப் பரப்பிற்கு இணையானதொரு தளமாகும். M_2-க்குக் கீழும் CD என்ற தளத்திற்குள்ளும் உள்ள மூலக்கூறுகள் M_2ஐ ஈர்க்கும் அதே விசையால் M_2 ஆனது அதற்கு மேலும் AB-க்குள்ளும் உள்ள மூலக்கூறுகளால் ஈர்க்கப்படுகிறது. எனவே, $ABCD$-க்குள் உள்ள மூலக்கூறுகளால் M_2-வில் ஏற்படும் ஈர்ப்பு விளைவுவிசை சுழியாகும். M_2-வின் ஆட்சிப் புலத்தில் CD-க்குக் கீழுள்ள மூலக்கூறுகளின் விசைக்குச் சமவிசை, AB-க்கு மேலிருக்கக்கூடிய ஒரு சில திரவ மூலக்கூறுகளால் தோற்றுவிக்க வியலாது. எனவே, M_2 என்ற மூலக்கூறில் செயற்படும் விளைவு விசையானது CD-க்குக் கீழ் ஆட்சிப்புலத்திற்குள் உள்ள மூலக்கூறுகளால் பெரும்பாலும் தோற்றுவிக்கப்படுகிறது. இவ்விசை M_2-ல் கீழ்நோக்கிச் செயற்படும் தன்மையுடையது. இனி, திரவ மேற்பரப்பிலுள்ள M_3 என்ற மூலக்கூறை எடுத்துக்கொள்வோமாயின், அதன் ஆட்சிப்புலம் படத்தில் காட்டியபடி, ஒரு பாதி திரவத்திலும், மீதி திரவத்திற்கு மேலுள்ள காற்றிலுமிருக்கும். இம் மூலக்கூறில் ஏற்படும் ஈர்ப்புவிசை அதன் ஆட்சிப்புலத்தில் கீழ்ப்பாதியிலுள்ள மூலக்கூறுகளால் தோற்றுவிக்கப்படுகிறது. இவ்விசையானது திரவப் பரப்பிற்கு மேலுள்ள திரவத்தின் மூலக்கூறுகளால் சமன்செய்யப்படவில்லையாதலால், M_3-ல் ஏற்படும் விளைவு விசையானது பெருமமாகவிருக்கும்.

இவ்விசை செயற்படும் திசை, திரவத்தின் அடிப்பகுதியை நோக்கி யிருக்கும். ஆக, திரவத்தின் அடிப்பரப்பிலிருந்து மேற்பரப்புவரை யுள்ள மூலக்கூறுகளில் செயற்படும் விளைவுவிசையை ஆராய்வோமாயின், திரவத்திற்குள், அடிப்பகுதியிலிருக்கும் மூலக்கூறில் ஏற்படும் விளைவுவிசை சுழியாகும். திரவப் பரப்பிற்கருகிலுள்ள மூலக்கூறுகளின் ஈர்ப்பு விளைவுவிசை, அவை திரவ மேற்பரப்பை நெருங்க நெருங்க அதிகமாகி, திரவ மேற்பரப்பிலுள்ள மூலக்கூறுகளில் செயற்படும் ஈர்ப்பு விளைவுவிசை பெருமமாகிறது.

எனவே, திரவத்தின் அடிப்பகுதியிலிருந்து மேற்பரப்பு நோக்கி ஒரு மூலக்கூறு நகர்த்தப்படுமாயின், கீழ்நோக்கிச் செயற்படும் விசைக்கு எதிராக வேலை செய்யப்படவேண்டும். இவ்வாறு திரவ மேற்பரப்பிற்கு நகர்த்தப்படும் மூலக்கூறின்மேல் செய்யப்பட்ட வேலையானது, திரவப் பரப்பில் அதன் நிலையாற்றலாக இருக்கிறது. ஆகவே, திரவப் பரப்பிலுள்ள எல்லா மூலக்கூறுகளும் அதன் அடிப்பகுதியிலுள்ள மூலக்கூறுகளைவிட நிலையாற்றல்மிக்க மூலக்கூறுகளாக இருக்கும். ஒரு திரவப் பரப்பின் நிலையாற்றல் அத்திரவத்தின் பரப்பைப் பொறுத்தது. மேலும், எந்தவொரு பொருளும் தன்னுடைய நிலையாற்றலைச் சிறுமமாக்கும் இயல்புடைத்து. எனவே, திரவப் பரப்பிலுள்ள மூலக்கூறுகளும் தங்களின் நிலையாற்றலைச் சிறுமமாக்க முற்படுகின்றன. அதனால், திரவ மேற்பரப்புச் சிறுமமாகும் தன்மையுடையதாகிறது. ஆகவே, அத்திரவப் பரப்புச் சுருங்கும் தன்மையுள்ள விரிவாக்கப்பட்ட ஒரு சவ்வினைப் போலுள்ளது.

பரப்பேடும் பரப்பாற்றலும் (Surface film and Surface energy)

ஒரு திரவத்தினுள் ஒரு மூலக்கூறானது மற்றைய மூலக்கூறுகளால் ஈர்க்கப்படுவதுபற்றியும், அவற்றின் இடைத்தொலைவு அதிகமாயின் ஈர்ப்புவிசை குறைவதையும் பற்றிக் கண்டோம். ஒரு மூலக்கூறானது



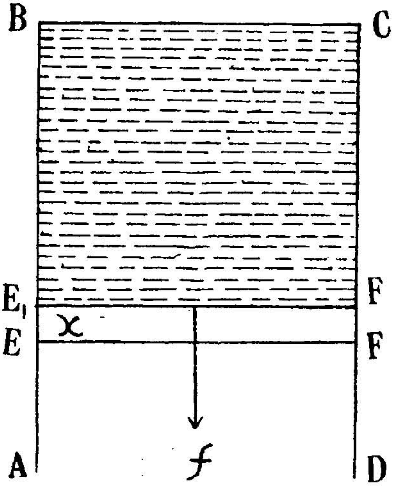
படம் 45

மற்றொரு மூலக்கூறை ஈர்க்கும் பெருமத் தொலைவை மூலக்கூறு ஈர்ப்பு இயங்கெல்லை என்றும், அத்தொலைவை 'r' எனவும் குறித்தோம். ஒரு திரவத்தில், திரவ மேற்பரப்பிற்கும் அதற்கு இணையாக மூலக்கூறு ஈர்ப்பு இயங்கெல்லைக்குச் சமதொலைவிலுள்ள ஒரு தளத்திற்கும்

இடையிலுள்ள திரவப் பகுதியே பரப்பேடு எனப்படுகிறது. படத்தில் AB என்பது திரவப் பரப்பு. அதற்கு இணையாக 'r' தொலைவில் வரையப்படும் தளமே CD ஆகும். திரவ மேற்பரப்பு AB-க்கும் அதற்கிணையான தளம் CD-க்கும் இடையிலுள்ள திரவப் பகுதி $ABCD$-யே திரவத்தின் பரப்பேடாகும். இப் பரப்பேட்டிலுள்ள எல்லா மூலக்கூறுகளிலும் ஈர்ப்பு விளைவு விசை செயற்படும். இவ்விசையானது மூலக்கூறு திரவ மேற்பரப்பை நெருங்க நெருங்க அதிகமாகும்.

எனவே, ஒரு மூலக்கூறானது திரவத்தின் அடிப்பகுதியிலிருந்து, பரப்பேட்டிற்குக் கொண்டுவரப்படுமாயின், கீழ்நோக்கிச் செயற்படும் மூலக்கூறிடை ஈர்ப்பு விளைவுவிசைக்கு எதிராக வேலை செய்யப்பட வேண்டும். அதுவே திரவப் பரப்பேட்டில் அம்மூலக்கூறின் நிலையாற்றலாகிறது. பரப்பேட்டில் உள்ள மூலக்கூறுகளின் நிலையாற்றலானது, அதன்கீழ், திரவத்தின் உட்பகுதியில் உள்ள மூலக்கூறுகளின் நிலையாற்றலைவிட அதிகமாகும்.

எந்தவொரு பொருளும் தன்னுடைய நிலையாற்றலைச் சிறுமமாக்கும் இயல்புடையதாகையால், திரவப் பரப்பேடும் தன்னுடைய நிலையாற்றலைச் சிறுமமாக்க, பரப்பைச் சுருக்க முற்படுகிறது. ஓரலகு பரப்புடைய பரப்பேட்டின் நிலையாற்றலே பரப்பாற்றலாகும்'.



படம் 46

பரப்பு இழுவிசையின் வரையறை

படத்தில் காட்டியபடி $ABCD$ என்ற கம்பியை எடுத்துக் கொள்வோம். BA, CD என்ற பக்கங்களில் EF என்ற நகரும் கம்பியினை வைத்து, இவ்வமைப்பைச் சோப்பு நீரில் மூழ்க வைத்தெடுப்பின் $BCFE$ என்ற சோப்பு மென்படலம் இருக்கும். இம் மென்படலத்தின் இரு பரப்பிலும் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசையால் EF ஆனது மேற்புறமாக BC-யை நோக்கி இழுக்கப்படும். EF சமநிலையிலிருக்க, கீழ்ப்புறமாக 'f' என்ற விசை செயற்படவேண்டும். EF-ல் ஓரலகு நீளத்தில் செயற்படும் இழுவிசை 'T' எனவும், EF-ன் நீளம் 'l' எனவும் கொள்வோம்.

இதில், மேற்புறவிசை $= 2lT$

(மென்படலத்தின் ஒரு பக்கத்தில் lT-யும், மறுபக்கத்தில் lT-யும் செயற்படுகின்றன.)

இம் மேற்புற விசையைச் சமன் செய்யும் கீழ்ப்புற விசை } $= f$

EF சமநிலையிலிருக்க $2lT = f$

அல்லது, $T = \frac{f}{2l}$

மென்படலத்தில் ஓரலகு நீளத்தில், நேர்குத்தாகவும் மென் படலத்தின் தளத்திலும் செயற்படும் இந்த T என்னும் விசையே படலத்தின் பரப்பு இழுவிசை என வரையறுக்கப்படுகிறது.

பரப்பு இழுவிசையின் மற்றுமொரு வரையறை

மேலே குறிப்பிட்ட எடுத்துக்காட்டில் f என்ற விசை செயற்பட்டு EF என்ற கம்பியை 'x' தொலைவு இழுப்பதாகக் கொண்டால், அவ்விசை வேலை செய்கிறது. அவ்வேலையானது $f.\ x$ ஆகும். இதனால் மென்படலத்தின் பரப்பு அதிகமாகிறது. அதோடல்லாது, மென் படலத்தின் வெப்பநிலை குறைகிறது. முன்பிருந்த வெப்பநிலையை அது மீண்டும் பெறச் சுற்றுப்புறத்திலிருந்து ஓரளவு வெப்பத்தை உட் கவருகிறது. ஆகவே, மென்படலத்தில் செய்யப்படும் வேலையாலும் அது உட்கவரும் வெப்பத்தாலும் அதன் ஆற்றல் அதிகமாகிறது. ஆற்றல் அழிவின்மை விதியின்படி, அதிகமான ஆற்றலானது மென்படலத்தில் செய்யப்பட்ட வேலை, அது உட்கவர்ந்த வெப்பம் ஆகியவற்றின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமனாகும். ஓரலகு பரப்புள்ள மென்படலத்தில் அதிகமான ஆற்றல் E என்றும், ஓரலகு பரப்புள்ள மென்படலம் உட்கவர்ந்த வெப்பம் H என்றும் கொள்வோமாயின்,

$$E.\ 2lx = f.\ x + H.\ 2lx$$

$$= T.\ 2l.\ x + H.\ 2lx \qquad (\because f = T.\ 2l)$$

அல்லது, $E = T + H$

$$\therefore\ T = E - H$$

அதாவது, T = ஓரலகு பரப்பின் பரப்பாற்றல் – ஓரலகு பரப்பு உட்கவரும் வெப்ப ஆற்றல்.

= மென்படலத்தை ஓரலகு பரப்பு அதிக மாக்கச் செய்யப்படும் வேலை.

= மென்படலத்தில் ஓரலகு பரப்பின் நிலை யாற்றலாகும்.

இந் நிலையாற்றலே அதன் புறப்பரப்பு ஆற்றல் (free surface energy) எனப்படுகிறது.

எனவே, மென்படலத்தை ஓரலகு பரப்பு அதிகமாக்கச் செய்யப் படும் வேலையின் அளவைப் 'பரப்பு இழுவிசை' என்று வரையறுக்க லாம். அல்லது, மென்படலத்தில் ஓரலகு பரப்பின் நிலையாற்றலைப் பரப்பு இழுவிசை என வரையறுக்கலாம்.

பொதுவில், 'ஒரு திரவத்தின் மேற்பரப்பில், ஓரலகு நீளமுள்ள ஒரு கோட்டில், கோட்டிற்கு நேர்குத்துத் திசையிலும் திரவப் பரப்பிற்கு இணையாகவும் செயப்படும் விசையே பரப்பு இழுவிசை' எனப்படும். இதன் அலகு டைன்கள்/செ. மீ. அல்லது பவுண்டல்கள்/அடி.

இதன் பரிமாணங்களாவன : MT^{-2}.

நிலையாகவிருக்கும் ஒரு திரவப் பரப்பில் எப்புள்ளியிலும் எத் திசையிலும் பரப்பு இழுவிசை ஒரேயளவினதாயிருக்கிறது.

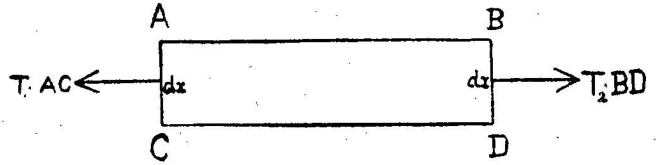
சமநிலையிலிருக்கும் ஒரு திரவப் பரப்பில், ஒன்றுக்கொன்று மிக அருகிலிருக்கும் A-யும் B-யும் இரு புள்ளிகளாகும். C, D என்பவை A, B-யிலிருந்து மிகக் குறுகிய தொலைவிலும் (dx), $ABDC$ ஒரு நீண்ட சதுரமாக அமையும்படியுமுள்ள மற்றுமிரு புள்ளிகள் AC, BD-ல் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசைகளை முறையே T_1, T_2 எனக் கொண்டால், AC-க்குச் செங்குத்தாகச் செயற்படும் விசை $T_1 . AC$-யும், BD-க்குச் செங்குத்தாகச் செயற்படும் விசை $T_2 . BD$-யும் ஆகும். திரவ மேற்பரப்பு சமநிலையிலிருப்பதால் இவ்விரு விசைகளும் சமனாக இருத்தல் வேண்டும்.

அதாவது,
$$T_1 . AC = T_2 . BD$$
$$T_1 . dx = T_2 . dx$$
அல்லது,
$$T_1 = T_2$$

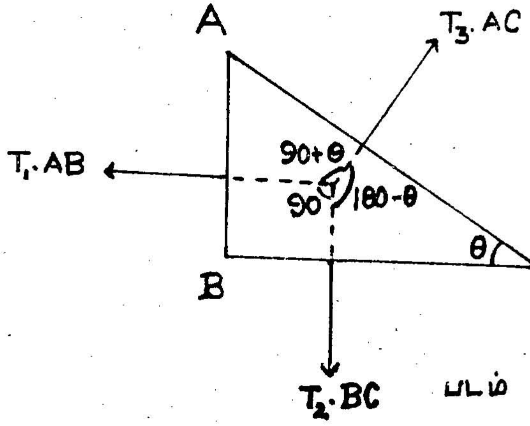
ஆக, AC-ல் ஏதாவதொரு புள்ளியில் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசை, BD-ல் ஏதாவதொரு புள்ளியில் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசைக்குச் சமனாகும். இவ்விரு புள்ளிகளுக்கும் பொருந்தும் இம்முடிபு, திரவப் பரப்பின் மேலுள்ள வேறெந்தவிரு புள்ளிகளுக்கும் பொருந்தும். எனவே, திரவப் பரப்பில் எல்லாப் புள்ளிகளிலும் பரப்பு இழுவிசை ஓரே அளவாகவேயிருக்கும்.

திரவப் பரப்பில் ABC என்ற ஒரு முக்கோணம் வரையப்பட்டிருப்ப தாகக் கொள்வோம். இதில் $\angle ACB = \theta$. AB, BC, CA ஆகிய பக்கங்

களில் அவற்றிற்குச் செங்குத்தாகச் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசைகளை முறையே T_1, T_2, T_3 எனக் குறிப்போம். அவ்வப் பக்கங்கட்குச் செங்குத்தாகச் செயற்படும் விசைகள் முறையே $T_1 . AB$, $T_2 . BC$, $T_3 . AC$ ஆகும். திரவப் பரப்பானது இம் மூன்று விசைகள் செயற்



படம் 47 (அ)



படம் 47 (ஆ)

படுவதால் சமநிலையிலிருக்கிறது. லாமியின் தேற்றப்படி (Lami's theorem).

$$\frac{T_1 . AB}{\sin (180-\theta)} = \frac{T_2 . BC}{\sin (90+\theta)} = \frac{T_3 . CA}{\sin 90}$$

எனவே,
$$\frac{T_1 . AB}{\sin (180-\theta)} = T_3 . CA$$

அதாவது,
$$\frac{T_1 . AB}{\sin \theta} = T_3 . CA$$

$$\frac{T_1 . AB}{AB/AC} = T_3 . CA \quad \left(\because \sin \theta = \frac{AB}{AC}\right)$$

எனவே, $$T_1 = T_3.$$

இதுபோன்றே,

$$\frac{T_2 \cdot BC}{\sin(90+\theta)} = T_3 \cdot CA$$

$$\frac{T_2 \cdot BC}{\cos\theta} = T_3 \cdot CA$$

அதாவது, $$\frac{T_2 \cdot BC}{BC/AC} = T_3 \cdot CA$$

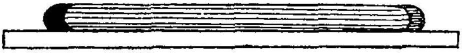
எனவே, $$T_2 = T_3$$

ஆக, $T_1 = T_2 = T_3$ என அறிகிறோம். முக்கோணம் திரவத்தின் எப்பகுதியில் வரையப்படினும், கோணம் θ-வின் மதிப்பு எதுவாயினும் மேற்கண்ட முடிபு பொருந்தும். எனவே, நிலையாகவிருக்கும் திரவப் பரப்பில் எப்புள்ளியிலும் எத்திசையிலும் பரப்பு இழுவிசை ஒரே அளவினதாயிருக்கிறது.

திரவத்துளிகளின் வடிவங்கள் (Forms of liquid drops)

ஒரு திரவத்துளியின் வடிவு அதன் அளவைப் பொறுத்ததாகும். அது எப்போதும் நிலையாற்றலைச் சிறுமமாக்க முற்படும் தன்மையுடையதாகவிருக்கும். ஒரு திரவத்துளியின் நிலையாற்றல், அதன் ஈர்ப்புமையம், பரப்பு இழுவிசை ஆகியவற்றைப் பொறுத்ததாகும். இங்குப் பெருந்துளி, சிறுதுளி, ஒரு திரவத்தினுள் அமையும் மற்றொரு திரவத்தின் துளி ஆகியவற்றின் வடிவங்கள் பற்றிக் காண்போம்.

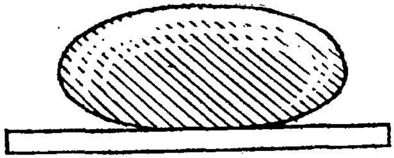
(அ) **பெருந்துளி :** ஒரு திரவத்துளி பெரிதாயிருப்பின், அதன் எடை மதிக்கத்தக்கதாகவிருக்கும். அத்துளியின் ஆற்றலானது பெரும்பாலும் அதன் ஈர்ப்பு மையத்தைப் பொறுத்தே அமையுமன்றி, அதன் பரப்பு இழுவிசையைப் பொறுத்தன்று. ஒரு குறிப்பிட்ட எடையுள்ள



B படம் 48

திரவத்தின் நிலையாற்றல் சிறுமமாகவிருக்க, அதன் ஈர்ப்புமையம் தாழ்ந்திருக்க வேண்டும். எனவேதான் ஒரு பெருந்துளியின் ஈர்ப்பு மையம் தாழ்ந்த நிலையிலிருக்க முற்படுகிறது. அதனுல், அந்த பெருந்துளியானது கண்ணுடித் தட்டின்மீது வைக்கப்படின், பரவலான ஒரு வடிவைப் பெறுகிறது (படம் 48).

(ஆ) சிறுதுளி: திரவத்துளி சிறிதாயிருப்பின் அதன் எடை புறக்கணிக்கத் தக்க அளவிற்குச் சிறிதாயிருக்கும். எனவே, துளியின் நிலையாற்றல் பெரும்பாலும் அதன் பரப்பு இழுவிசையைப் பொறுத்து அமையுமேயன்றி, அதன் ஈர்ப்புமையத்தைப் பொறுத்தன்று.



A படம் 49

துளியின் நிலையாற்றல் சிறுமமாக்கப்படும்போது, அதன் பரப்புச் சிறுமமாகிறது. ஒரு குறிப்பிட்ட பரும அளவிற்குக் கோளத்தின் பரப்புச் சிறுமமாகையால், திரவத்துளியும் சிறுமப் பரப்புடைய கோள வடிவைப் பெறுகிறது (படம் 49). இதனாலன்றோ இலைகளின் மேலமையும் நீர்த்துளிகள், மழைத்துளிகள், மற்றும் கண்ணாடித் தட்டின் மீதுள்ள சிறிய பாதரசத்துளி ஆகியவை கோள வடிவை உடையனவா யிருக்கின்றன.

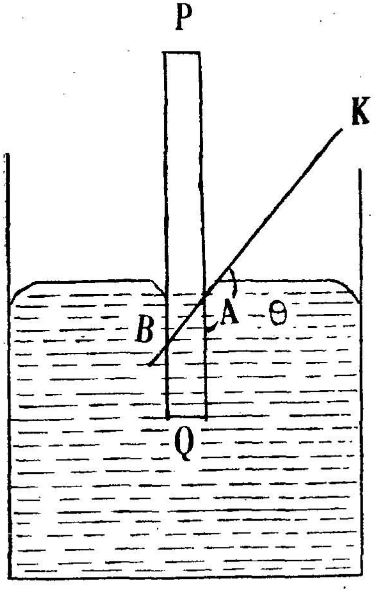
(இ) ஒரு திரவத்தினுள் அமையும் மற்றொரு திரவத்துளி: ஒரு திரவத்துளியானது வேறொரு திரவத்தினுள் சமநிலையிலிருக்க இரு திரவங்களின் அடர்த்தியும் சமனாயிருத்தல் வேண்டும். அவ்வா றிருப்பின், திரவத்துளியின் நிலையாற்றல் அதன் ஈர்ப்பு மையத்தைப் பொறுத்திருக்காது; ஆனால், அதன் பரப்பு இழுவிசையைப் பொறுத் திருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, ஆலிவ் எண்ணெயின் துளியானது ஆல்கஹாலும் நீரும் கலந்த திரவக் கலவையில் அமைக்கப்படுவதாகக் கொள்வோம். அந்த எண்ணெய்த்துளியின் அடர்த்தி, திரவக் கலவை யின் அடர்த்திக்குச் சமனாயிருப்பின், அத்துளி சமநிலையிலிருக்கும். அவ்வாறிருக்குங்கால், அதன் வடிவானது ஈர்ப்புமையத்தைப் பொறுத் தல்லாது பரப்புஇழுவிசையைப் பொறுத்தே இருக்கிறது. அதனால், அது தன் பரப்பைச் சிறுமமாக்க முற்படுகிறது. எனவே, அது கோள வடிவைப் பெறுகிறது.

சேர்கோணம் (Angle of Contact)

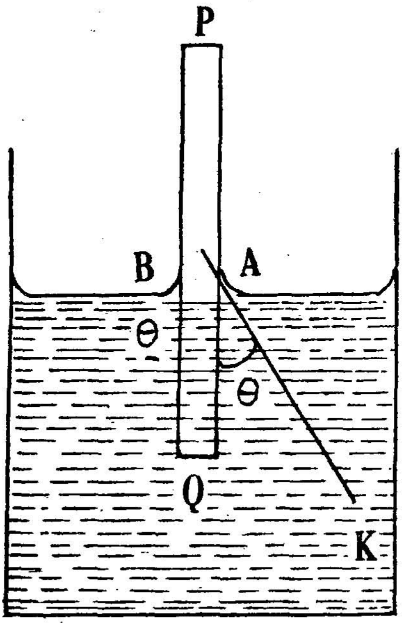
(i) ஒரு திடப்பொருள் திரவத்தைத் தொடும்போது

பாதரசம் நிரம்பிய ஒரு முகவையில் PQ என்ற கண்ணாடித் தகடு அமிழ்த்தப்பட்டால், பாதரசப் பரப்பு கண்ணாடித் தகட்டிற்கருகில் உள்நோக்கி வளைந்திருக்கும். அப்பரப்புத் தகட்டைத் தொடும்

புள்ளிகளை A, B எனக் கொள்வோம் (படம் 50). A-யிலும் B-யிலும் பாதரசம், காற்று, கண்ணாடி ஆகிய மூன்றும் ஒன்றையொன்று தொட்டுக் கொண்டும் சம நிலையிலும் இருக்கின்றன. "தொடுபுள்ளியில் திரவப் பரப்பிற்கு வரையப்படும் தொடுகோட்டிற்கும் திரவத்தினுள் உள்ள திடப்பொருட்பரப்பிற்கும் இடைப்பட்ட கோணம், அத்திட, திரவப்பொருள்களுக்கான சேர்கோணம்" எனப்படும். இக் கோணத்தின் மதிப்புச் சுழியிலிருந்து 180° வரையிருக்கும். படத்தில் AK என்பது தொடுபுள்ளி A-ல் வரையப்பட்ட தொடுகோடாகும்.



படம் 50



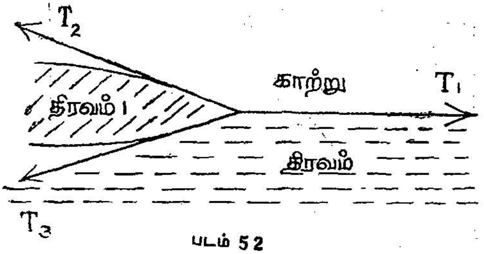
படம் 51

AQ என்பது திரவத்தினுள் உள்ள கண்ணாடிப் பரப்பு. இவற்றிற்கிடைப் பட்ட கோணம், $\angle KAQ=\theta$ பாதரசத்திற்கும் கண்ணாடிக்குமான சேர்கோணமாகும். இதன் மதிப்பு ஏறத்தாழ 140° ஆகும். பாதரசத் தைத் தவிர மற்றைய திரவங்களில் கண்ணாடித்தகடு அமிழ்த்தப் பட்டால் திரவப்பரப்பு மேல்நோக்கி வளைந்திருக்கும். எனவே, பெரும் பாலான திரவங்கட்கும் கண்ணாடிக்குமுள்ள சேர்கோணம் குறுங்கோண மாகவே இருக்கும் (படம் 51). தூய நீருக்கும் தூய்மையான கண்ணாடிக்குமுள்ள சேர்கோணம் சுழியாகும். சாதாரண நீருக்கும் கண்ணாடிக்குமுள்ள சேர்கோணம் ஏறத்தாழ 18° ஆகும். எண்ணெய்

பூசப்பட்ட கண்ணுடிக்கும் நீருக்குமுள்ள சேர்கோணம் ஏறத்தாழ 35°
ஆகும்.

(ii) இரு திரவங்கள் ஒன்றையொன்றும் காற்றையும் தொட்டிருக்கும்போது

ஒன்றுக்கொன்று கலவாத இரு திரவங்கள் காற்றில் சேர்ந்திருக்கும் போது அவற்றிற்கிடையே மூன்று பரப்பு இழுவிசைகள் செயற்படும். படத்தில் காட்டியபடி முதல் திரவம், இரண்டாம் திரவம், காற்று ஆகிய மூன்றும் சேர்ந்துள்ள புள்ளியை 'O' எனக் கொள்வோம். அப்புள்ளியில் செயற்படும் மூன்று பரப்பு இழுவிசைகளாவன:



படம் 52

(அ) காற்றிற்கும் திரவம் 1-க்கும் இடைப்பட்ட பரப்பிற் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசை (T_1)

(ஆ) காற்றிற்கும் திரவம் 2-க்கும் இடைப்பட்ட பரப்பிற் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசை (T_2)

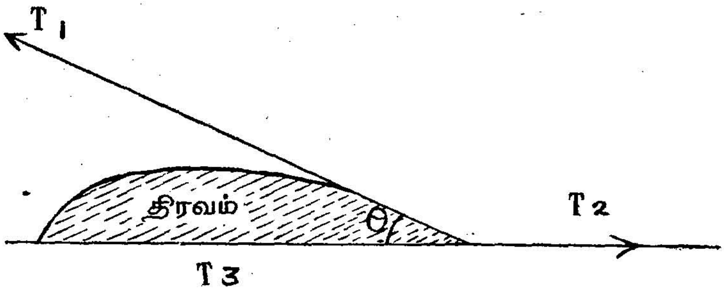
(இ) திரவம் 1-க்கும் திரவம் 2-க்கும் இடைப்பட்ட பரப்பிற் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசை (T_3) ஆகியவை.

ஒரு புள்ளியில் செயற்படும் இம்மூன்று விசைகளும் சமநிலையிலிருக்க, அவ்விசைகளை ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களால் வரிசைச் சுற்று முறையால் குறித்தல் வேண்டும். அம்மூன்று விசைகளால் அமைக்கப்படும் ஒரு முக்கோணமே 'நியூமான் முக்கோணம்' (Newmann's triangle) என்றழைக்கப்படுகிறது. ஆனால், நியூமான் முக்கோணம் வரையத் தேவைப்படும் இரு தூய திரவங்கள் நமக்குக் கிடைப்பதில்லை. ஏனெனில், மூன்று பரப்பு இழுவிசைகளுள் ஒன்றின் மதிப்பு, மற்றவிரண்டின் கூட்டுத்தொகையைவிட அதிகமாகவேயிருக்கிறது. எனவே, படத்தில் காட்டியபடி அவ்விரு திரவங்களும் சம நிலையிலிருக்காது. இரு திரவங்களுள் அடர்த்தி குறைந்த திரவமானது மற்றொரு திரவத்தோடு சேரும்போது, அடர்த்தி குறைந்த திரவமானது மற்றதன்மேல் பரவி நிற்கும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு

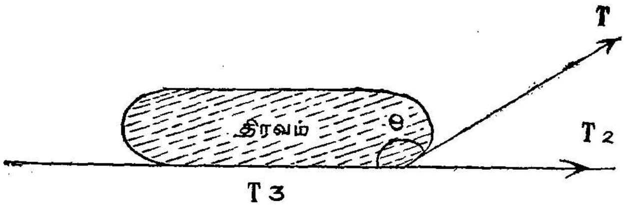
தூய நீர்த்துளியும் தூய பாதரசத்துளியும் சேர்ந்தால் நீர்த்துளி யானது பாதரசத்துளியின்மீது பரவி நிற்கும். ஏனெனில், பாதரசத்தின் பரப்பு இழுவிசை 550 டைன்கள்/செ.மீ.; நீரின் பரப்பு இழுவிசை ஏறத்தாழ 75 டைன்கள்/செ.மீ. ஆனால், பாதரசத்தோடு சிறிது எண்ணெய் சேர்க்கப்பட்டு அதோடு நீர்த்துளி சேருமாயின், நீர்த்துளி யானது பாதரசப் பரப்பில் பரவாது தனித்திருக்கும். இங்கு, பாதரசத்தோடு எண்ணெய் சேர்க்கப்படுவதால் பாதரசத்தின் பரப்பு இழுவிசை வெகுவாகக் குறைக்கப்படுகிறது. ஆதலால், இவ்விரு திரவங்கட்கும் நியூமான் முக்கோணம் வரையலாம்.

(iii) திடப்பொருள், திரவம், காற்று மூன்றும் ஒன்றையொன்று தொட்டிருக்கும்போது

இங்குப் படத்தில் காட்டியபடி, மூன்று பரப்புஇழுவிசைகளை, அதாவது, காற்றுக்கும் திரவத்திற்கும் இடையிலுள்ள பரப்பு இழுவிசை T_1-யும், காற்றுக்கும் திடப்பொருளுக்கும் இடையிலுள்ள பரப்பு



படம் 53 (அ)



படம் 53 (ஆ)

இழுவிசை T_2-யும், திரவத்திற்கும் திடப்பொருளுக்கும் இடையிலுள்ள பரப்பு இழுவிசை T_3-யும் நாம் கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். திடப்பொருளுக்கும் திரவத்திற்குமுள்ள சேர்கோணம் 'θ' எனக் கொள்வோம். படம் 53 (அ)-வில் சேர்கோணம் குறுங்

கோணமாகவும், படம் 53 (ஆ)-வில் அக்கோணம் விரிகோணமாகவும் இருக்கிறது.

A என்ற புள்ளியில் செயற்படும் இம்மூன்று விசைகளில், T_1 என்ற விசை, விசைப் பகுப்பு முறையில் இரு விசைகளாகப் பகுக்கப்படலாம். அதில் $T_1 \cos\theta$ என்ற விசை T_3-க்கு இணையாகவும், $T_1 \sin\theta$ என்ற விசை T_3-க்குச் செங்குத்துத் திசையிலும் செயற்படும். சமநிலைக்கு T_3 என்ற விசையும், அதற்கு இணையாக அதே திசையில் செயற்படும் $T_1 \cos\theta$-வின் கூட்டுத்தொகையும் இவ்விரண்டு விசைகட்கும் எதிர்த் திசையில் செயற்படும் T_2-விற்குச் சமனுயிருத்தல் வேண்டும்.

அதாவது, $T_3 + T_1 \cos\theta = T_2$

$$T_1 \cos\theta = T_2 - T_3$$

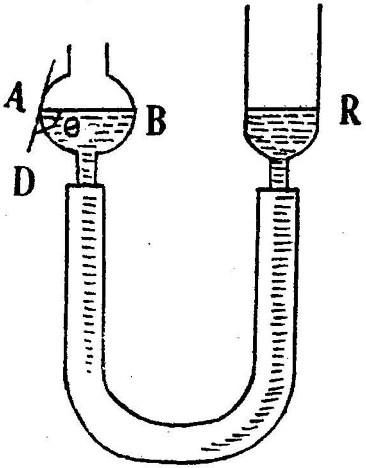
$$\therefore \quad \cos\theta = \frac{T_2 - T_3}{T_1}$$

T_2 ஆனது T_3ஐவிட அதிகமாயிருப்பின், $\cos\theta$-வின் மதிப்பு நேராகும். அதாவது θ-வின் மதிப்பு 90°-க்குக் குறைவாயிருக்கும். T_2 ஆனது T_3ஐவிடக் குறைவாயிருப்பின், $\cos\theta$-வின் மதிப்பு எதிராகும். எனவே, θ-வின் மதிப்பு 90°-க்கும் 180°-க்குமிடையி லிருக்கும். பாதரசத்துளி கண்ணுடியின்மீது அமைக்கப்படும்போது அதன் சேர்கோணம் 140° ஆகவிருப்பது இதனுலன்றே! எனினும் T_2 ஆனது T_1, T_3 ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகையைவிட அதிகமா யிருப்பின் (அதாவது $T_2 > T_1 + T_3$), அத்துளியானது திடப்பொருள் மீது சமநிலையிலிருக்காது அதன்மீது பரவிவிடும். இதற்கு எடுத்துக் காட்டு: நீர்த்துளி தூய கண்ணுடித் தட்டில் அமைதல்.

சேர்கோணத்தை அளவிடுதல்

பாதரசத்திற்கும் கண்ணுடிக்குமுள்ள சேர்கோணத்தைக் கீழ்க் கண்ட முறையில் அளவிடலாம். ஒரு துளையுள்ள தக்கையினுல் மூடப்பட்ட ஒரு கோளவடிவுக் கண்ணுடிக் குடுவையை எடுத்துக் கொள்ளவேண்டும். இருபுறமும் திறந்த ஒரு கண்ணுடிக் குழாய், தக்கையில் பொருத்தப்படவேண்டும். கண்ணுடிக் குடுவையைத் தலைகீழாய் வைத்து, வெளிப்புறமுள்ள கண்ணுடிக் குழாயின் முனையில் ஓர் இரப்பர்க் குழாய் பொருத்தப்பட்டு, இரப்பர்க் குழாயின் மறுமுனை ஒரு சேமக் குழாயுடன் (reservoir) படத்தில் காட்டியபடி இணைக்கப்படவேண்டும். தலைகீழாய் வைக்கப்பட்டுள்ள கண்ணுடிக் குடுவையில் ஏறத்தாழ முக்கால் பகுதி இரப்பர்க் குழாய், சேமக் குழாய் ஆகியவை பாதரசத்தால் நிரப்பப்படவேண்டும். R என்ற குழாயை உயர்த்தினுல் கண்ணுடிக்

குடுவைக்குள்ளிருக்கும் பாதரச மட்டம் உயரும். அதையே தாழ்த்தினால் பாதரச மட்டம் கீழிறங்கும். கண்ணாடிக் குடுவைக்குள்ளிருக்கும் பாதரசத்தின் பிறைத்தளம் (meniscus) மறையும்படி R ஆனது உயர்த்தவோ, தாழ்த்தவோப்பட வேண்டும். கண்ணாடிக் குடுவையின் ஒரு புறத்தில் விளக்கொன்று பொருத்தப்பட்டு அதன் மறுபுறத்தில் ஒரு திரையில் விழும் பிறைத்தளத்தின் பிம்பத்தைக் கொண்டு பிறைத்தளம் மறைவதையறிய முடியும். அவ்வாறிருக்கும்போது, திரவ மேற்பரப்பு AB-யின் விட்டத்தை அவ்விடத்தில் ஒரு வர்னியர் அளவியால் அளக்கவேண்டும். குடுவையின் விட்டமும் அளக்கப்படவேண்டும். குடுவையின் தடிமன் குறைவாயிருப்பின், குடுவையின் விட்டத்திலும் AB-யின் நீளத்திலும் அளவிடுதலில் உள்ள பிழை மிகமிகக் குறைவானதே. எனவே, குடுவையின் விட்டத்தில் பாதி OA-க்குச் சமம். $OA = \frac{\text{குடுவையின் விட்டம்}}{2}$. AB-யில் பாதி AC-யாகும். $AC = \frac{1}{2}AB$. OA, AC-லிருந்து $\cos O\hat{A}C$-யின் மதிப்பைக் காணலாம்.



படம் 54

$$\cos O\hat{A}C = \frac{AC}{OA}$$

இதிலிருந்து கோணம் OAC-யைக் கணக்கிடலாம். படத்தில், சேர் கோணமானது $\angle DAC$ ஆகும்.

$$\angle DAC = \angle DAO + \angle OAC$$

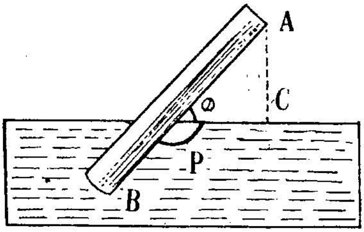
அதாவது, $$\angle DAC = 90° + \angle OAC$$

எனவே, பாதரசத்திற்கும் கண்ணாடிக்குமுள்ள சேர்கோணத்தை இம்முறையால் அளவிடலாம்.

மாற்றுமுறை

ஒரு சமதளக் கண்ணாடித் தகடானது பாதரசம் நிரம்பிய முகவையில் அமிழ்த்தப்பட வேண்டும். கண்ணாடித் தகட்டின் இரு புறங்களிலும்

பாதரசம் தொடுமிடத்தில் பிறைத்தளமிருக்கும். கண்ணாடித் தகட்டை ஒரு புறமாகச் சாய்க்க வேண்டும். அவ்வாறு செய்யும்போது, ஒரு நிலையில் (படத்தில் காட்டியபடி) கண்ணாடித் தகட்டின் ஒரு புறமுள்ள



படம் 55

பிறைத்தளம் (c) மறையும். அந்நிலையில், A-யிலிருந்து ஒரு குண்டு நூலைத் தொங்கவிட்டு AB-யையும் பின் BC-யையும் அளக்கவேண்டும். பின்பு,

$$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{BC}$$

இதிலிருந்து, கோணம் ACB-யின் மதிப்பைக் காணலாம். பாதரசத்திற்கும் கண்ணாடிக்குமுள்ள சேர்கோணம் $\angle ECB$.

$$\angle ECB = 180° - \angle ACB$$

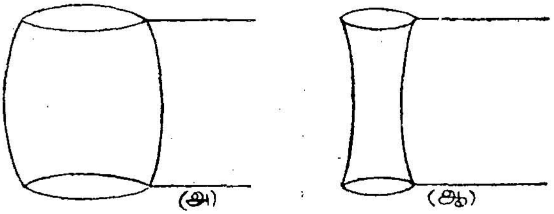
இதிலிருந்து சேர்கோணம் ECB-யை அறியலாம்.

அகமைய அமைப்புகளும் புறமைய அமைப்புகளும்
(Synclastic systems and anticlastic systems)

பெரும்பாலான திரவ அமைப்புகளைப்பற்றி அவற்றின் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரண்டு முதன்மை வளைவுகோடுகளைக் (principal lines of curvature) கொண்டு நாம் அறியலாம். அதாவது, ஒரு கோள வடிவுள்ள திரவ அமைப்பை ஒரே ஆரமுள்ளதும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகவும் அமைந்த இரு வட்டங்களைக் கொண்டு அறியலாம். ஒரு நீள் உருளை வடிவ அமைப்பை, நீள் உருளை அச்சுக்கு இணையாக அதன் மேற்பரப்பில் வரையப்படும் நேர் கோட்டாலும், அதற்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் வட்டத்தாலும் அறியலாம்.

ஒரு சில அமைப்புகளில் இரு முதன்மைக் கோடுகளின் (principal lines) வளைவுமையங்களும் (centres of curvature)

ஒரு புறத்திலேயே அமைந்தும் ஒரு சிலவற்றில் வளைவுமையங்கள் ஒன்று உட்புறத்திலும் மற்றது வெளிப்புறத்திலும் அமைந்திருக்கும். முதன்மைக் கோடுகளின் வளைவு மையங்களைத் தன்னகத்தே கொண்ட [படம் 56 (அ)] அமைப்புகளை அகமைய அமைப்புகள் (synclastic systems) என்றும், முதன்மைக் கோடுகளின் வளைவுமையங்களை



படம் 56

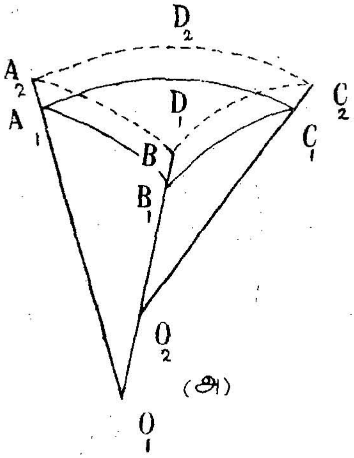
எதிர்ப்புறங்களில் கொண்ட அமைப்புகள் [படம் 56 (ஆ)] புறமைய அமைப்புகள் (anticlastic systems) என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. மேலும், முதன்மைக் கோடுகளின் வளைவுமையங்களைத் தன்னகத்தே கொண்ட திரவ அமைப்பின் பரப்பினை அகமையப் பரப்பு (synclastic surface) என்றும், புறமைய அமைப்புள்ள பரப்பினைப் புறமையப் பரப்பு (anticlastic surface) என்றும் அழைக்கிறோம்.

எந்தவோர் அமைப்பிலும் பெரும்பாலும் உட்புற அழுத்தம் வெளிப்புற அழுத்தத்தைவிட மிகுதியாக விருக்கும். அத்தகைய அமைப்புகளின் உட்புற அழுத்த மிகுதியைக் கணக்கிடும்போது நினைவிற் கொள்ளவேண்டுவதாவது: ஒரு திரவத் தம்பத்திற்கு (coloumn of liquid) தனிப்பரப்பு (free surface) ஒன்றுகும். அதுவே அதன் புறப்பரப்பு. ஒரு சோப்பு நீர்க்குமிழிக்கு (soap bubble) இரு தனிப்பரப்புகள் (ஒன்று வெளிப்புறமும், மற்றது உட்புறமும்) உள்ளன.

அகமையப் பரப்பில் உட்புற அழுத்த மிகுதி (Excess of pressure inside a synclastic surface)

படத்தில் காட்டியபடி $A_1B_1C_1D_1$ என்பது ஒரு திரவ அகமையப் பரப்பு. இதில் A_1B_1-ம், B_1C_1-ம் முதன்மை வளைவுகோடுகளாகும். O_1, O_2 அவற்றின் வளைவுமையங்களும் A_1O_1, B_1O_2 ஆகியவை முறையே அவற்றின் முதன்மை வளைவு ஆரங்களுமாகும் (radii of

principal curvature). திரவப் பரப்பின் உட்புற அழுத்த மிகுதியை p எனவும், அதன் பரப்பு இழுவிசையை T எனவும் கொள் வோம். A_1O_1 ஐ r_1 என்றும், B_1O_2 ஐ r_2 என்றும் கொள்வோம். மேலும், இப்பரப்பானது அதற்கு நேர்குத்துத் திசையில் dx தொலைவு இடம் பெயர்வதாகக் கொண்டால், A_1B_1 ஆனது A_2B_2 என்றும் B_1C_1 ஆனது B_2C_2 என்றுமாகும். $A_1B_1C_1D_1$ என்ற பரப்பின் புதியநிலை $A_2B_2C_2D_2$ஆக விருக்கும். இதில் $A_1B_1C_1D_1$ என்ற பரப்பின் இடப் பெயர்ச்சி dx மிகக் குறைவாயிருப் பின் $A_1B_1O_1$, $A_2B_2O_1$, $B_1C_1O_2$, $B_2C_2O_2$ ஆகியவற்றை முக்கோ ணங்களாகவே கொள்ளலாம். $A_2B_2O_1$, $A_1B_1O_1$ ஆகியவிரு முக் கோணங்களில்,



படம் 57

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{A_2O_1}{A_1O_1}$$

$$A_2B_2 = A_1B_1 \cdot \frac{A_2O_1}{A_1O_1}$$

$$A_2B_2 = A_1B_1\left(\frac{A_2A_1 + A_1O_1}{A_1O_1}\right) [\because A_2O_1 = A_2A_1 + A_2O_1]$$

$$= A_1B_1\left(\frac{dx + r_1}{r_1}\right)$$

$$= A_1B_1\left(1 + \frac{dx}{r_1}\right)$$

இதுபோன்றே, $B_2C_2O_2$, $B_1C_1O_2$ ஆகிய விரு முக்கோணங்களுக்கும்

$$B_2C_2 = B_1C_1\left(1 + \frac{dx}{r_2}\right)$$

மேலும் $A_1\,B_1\,C_1\,D_1$, $A_2\,B_2\,C_2\,D_2$ ஆகியவற்றை நீள்சதுரங் களாகக் கொள்ளலாம்.

$A_1B_1C_1D_1$-ன் பரப்பளவு $= A_1B_1 \times B_1C_1$

இடப்பெயர்ச்சிக்குப் பின் அதன் பரப்பளவு $\Big\} = A_2B_2 \times B_2C_2$

பரப்பளவின் மிகுதி

$$= A_2B_2 \times B_2C_2 - A_1B_1 \times B_1C_1$$

$$= \left[A_1B_1\left(1+\frac{dx}{r_1}\right)B_1C_1\left(1+\frac{dx}{r_2}\right) - A_1B_1 \times B_1C_1\right]$$

$$= \left[A_1B_1 \times B_1C_1\left(1+\frac{dx}{r_1}\right)\left(1+\frac{dx}{r_2}\right) - A_1B_1 \times B_1C_1\right]$$

$$= A_1B_1 \times B_1C_1\left[1+\frac{dx}{r_1}+\frac{dx}{r_2}-\frac{dx^2}{r_1r_2}-1\right]$$

$$= A_1B_1 \times B_1C_1\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)dx$$

($\frac{dx^2}{r_1r_2}$ ஐப் புறக்கணித்து $-dx$ மிகக் குறைவானதால்)

எனவே, பரப்பாற்றல் மிகுதி $= 2T.\ \ A_1B_1 \times B_1C_1\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)dx.$

($2T$ எனக் கொள்வது ஏனெனின், திரவப் பகுதிக்கு உட்புறம் வெளிப்புறம் ஆக இரு பரப்புகளிருப்பதால்)

திரவப் பரப்பில் அழுக்கம் (thrust) $= P \times A_1B_1 \times B_1C_1$

இடப் பெயர்ச்சியால் செய்யப் படும் வேலையின் அளவு $= P \times A_1B_1 \times B_1C_1 \times dx$

கற்பித வேலைத் தத்துவத்தின்படி, (by the principle of virtual work), இந்த இடப்பெயர்ச்சியால் செய்யப்படும் வேலையின் அளவு, அதனாலேற்பட்ட பரப்பாற்றல் மிகுதிக்குச் சமனாகும்.

அதாவது,

$$P \times A_1B_1 \times B_1C_1 \times dx = 2T \times A_1B_1 \times B_1C_1 \times \left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)dx$$

எனவே, $P = 2T\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$

அதாவது, உட்புற அழுத்த மிகுதி $= 2T\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right).$

இச் சமன்பாட்டினைப் பயன்படுத்திக் கோளக் குமிழ் (spherical bubble) கோளத்துளி (spherical drop), நீள் உருளைக் குமிழ், மற்றும் நீள் உருளைத் திரவத் தம்பம் ஆகியவற்றின் உட்புற அழுத்த மிகுதியைக் கணக்கிடலாம். அவையாவன:

(அ) கோளக் குமிழிற்கு :

ஒரு கோளக் குமிழின் ஆரம் எவ்விடத்தும் ஒரேயளவினதாகை யால், மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் r_1, r_2 ஆகியவிரண்டும் சமனுகும். அதை 'r' எனக்கொள்வோம். அதாவது $r_1=r_2=r$; மேலும் குமிழிற்கு உட்புற, வெளிப்புறப் பரப்பென இரு தனிப் பரப்புகள் உண்டென்பதையும் நினைவிற்கொண்டு,

கோளக் குமிழின் உட்புற அழுத்த மிகுதி $\} P = 2T\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r}\right)$

$$= 2T \times \frac{2}{r}$$

$$= \frac{4T}{r}$$

(ஆ) கோளத் துளிக்கு :

ஒரு கோளத் துளிக்கும் கோளக் குமிழினைப் போன்று ஆரங் களிரண்டும் சமனுகும். ஆனல், இதன் தனிப்பரப்பு ஒன்றேயாகும்.

எனவே, கோளத் துளியின் உட்புற அழுத்த மிகுதி $\} P = T\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r}\right)$

$$= T \cdot \frac{2}{r}$$

$$= \frac{2T}{r}$$

(இ) நீள் உருளைக் குமிழிற்கு :

ஒரு நீள் உருளைக் குமிழின் இரு முதன்மைக் கோடுகளாக, வட்ட மும் அவ்வட்டத்திற்கு செங்குத்துத் திசையில் நீள் உருளையின் அச்சிற்கு இணையாக அதன் மேற்பரப்பில் வரையப்படும் நேர்கோடு மென முன்பு கண்டோம். இதில் வட்டத்தின் ஆரம் $r_1=r$ ஆகும். நேர்கோட்டிற்கு ஆரம் எண்ணிலி (infinity) யாதலால், $r_2=\infty$

எனவே, நீள் உருளைக் குமிழின் உட்புற அழுத்த மிகுதி $\} P = 2T\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\infty}\right)$

$$= \frac{2T}{r}$$

(ஈ) நீள் உருளைத் திரவத்தம்பத்திற்கு :

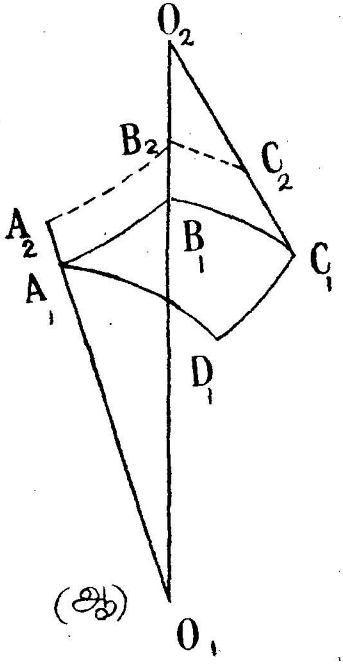
இதற்கும் $r_1=r$; $r_2=\infty$ ஆகும். திரவத் தம்பத்திற்கு ஒரு தனிப்பரப்பிருப்பதால்,

நீள் உருளைத் திரவத் தம்பத்தின் உட்புற அழுத்த மிகுதி $\} P = \frac{T}{r}$

புறமையப் பரப்பில் உட்புற அழுத்த மிகுதி
(Excess of pressure inside on anticlastic surface)

புறமையப் பரப்பில் உட்புற அழுத்த மிகுதியைக்காண மேற் கண்ட அகமையப் பரப்பில் உட்புற அழுத்த மிகுதியைக் கணக்கிடும் அதே முறையைப் பின்பற்ற வேண்டும். படத்தில் காட்டியபடி $A_1B_1C_1D_1$ என்பது ஒரு புறமையப் பரப்பாகும். O_1, O_2 ஆகியவை முறையே A_1B_1, B_1C_1 ஆகிய முதன்மை வளைவு கோடுகளின் வளைவு மையங்களாகும். இவற்றின் ஆரங்கள் முறையே r_1, r_2 ஆகும். $(A_1O_1=r_1\,;\ B_1O_2=r_2)$

திரவப் பரப்பில் ஒரு பகுதியில் உட்புற அழுத்த மிகுதியை P எனவும், அதன் பரப்பு இழுவிசையை T எனவும் கொள்வோம். இப்புறமையப் பரப்பானது அதன் நேர் குத்துத் திசையில் dx தொலைவிற்கு இடம்பெயர்வதாயின் A_1B_1 ஆனது A_2B_2 என்றும் B_1C_1 ஆனது B_2C_2 என்றுமாகும். இவ் விடப்பெயர்ச்சியால் ஆரம் r_1-ன் மதிப்பு அதிகமாகவும் ஆரம் r_2-ன் மதிப்பு குறைவாகவுமாகிறது. $A_2B_2C_2D_2$ ஆனது $A_1B_1C_1D_1$-ன் புதிய நிலையாகும். இடப்பெயர்ச்சி dx மிகக் குறைவாயிருப்பின், $A_1B_1O_1$, $A_2B_2O_1$ ஆகியவற்றை முக்கோணங்களாகக் கொள்ளலாம். இவ் விரு முக்கோணங்களில்,



படம் 58

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{A_2O_1}{A_1O_1}$$

$$A_2B_2 = A_1B_1 \cdot \frac{A_2O_1}{A_1O_1}$$

$$= A_1B_1\left(\frac{A_2A_1 + A_1O_1}{A_1O_1}\right)$$

$$= A_1B_1\left(1+\frac{dx}{r_1}\right)$$

இதுபோன்றே,

$$\frac{B_2C_2}{B_1C_1} = \frac{B_2O_2}{B_1O_2}$$

$$B_2C_2 = B_1C_1 \frac{B_2O_2}{B_1O_2}$$

$$= B_1C_1 \left(\frac{B_1O_2 - B_1B_2}{B_1O_2}\right)$$

$$= B_1C_1 \left(1 - \frac{dx}{r_2}\right)$$

இடப் பெயர்ச்சிக்கு முன் $A_1B_1C_1D_1$-ன் பரப்பளவு $= A_1B_1 \times B_1C_1$

இடப் பெயர்ச்சிக்குப் பின் பரப்பளவு $= A_2B_2 \times B_2C_2$

$$= A_1B_1 \left(1 + \frac{dx}{r_1}\right) . \ B_1C_1 \ \left(1 - \frac{dx}{r_2}\right)$$

$$= A_1B_1 \times B_1C_1 \left(1 + \frac{dx}{r_1}\right)\left(1 - \frac{dx}{r_2}\right)$$

பரப்பளவின் மிகுதி

$$= A_2B_2 \times B_2C_2 - A_1B_1 \times B_1C_1$$

$$= A_1B_1 \times B_1C_1 \left(1 + \frac{dx}{r_1}\right)\left(1 - \frac{dx}{r_2}\right) - A_1B_1 \times B_1C_1$$

$$= A_1B_1 \times B_1C_1 \left[\left(1 + \frac{dx}{r_1}\right)\left(1 - \frac{dx}{r_2}\right) - 1\right]$$

$$= A_1B_1 \times B_1C_1 \left[1 + \frac{dx}{r_1} - \frac{dx}{r_2} - \frac{dx^2}{r_1r_2} - 1\right]$$

$$= A_1B_1 \times B_1C_1 \left(\frac{dx}{r_1} - \frac{dx}{r_2}\right) \left[\frac{dx^2}{r_1r_2} \text{ ஐப் புறக்கணித்து}\right]$$

$$= A_1B_1 \times B_1C_1 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) dx$$

ஆகவே,

பரப்பாற்றல் மிகுதி

$$= 2T \ . \ A_1B_1 \ . \ B_1C_1 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) dx$$

இடப் பெயர்ச்சியால் செய்யப்படும் வேலையின் அளவு

$$= p \ . \ A_1B_1 \ . \ B_1C_1 \ . \ dx$$

கற்பித வேலைத் தத்துவத்தின்படி, பரப்பாற்றல் மிகுதியானது இடப் பெயர்ச்சியால் செய்யப்படும் வேலையின் அளவிற்குச் சமம்.

அதாவது,

$$p \cdot A_1B_1 \cdot B_1C_1 \cdot dx$$

$$= 2T \cdot A_1B_1 \cdot B_1C_1 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) dx$$

$$p = 2T\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

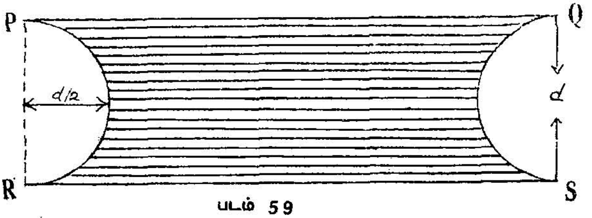
எனவே, புறமையப் பரப்பில் உட்புற அழுத்த மிகுதி

$$p = 2T\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

தகடுகளுக்கிடையே உள்ள விசை
(Force between Plates)

ஒன்றின் மேலொன்றாக இரு தூய கண்ணாடித் தகடுகள் வைக்கப் பட்டிருந்தால், அவற்றை எளிதில் இரண்டாகப் பிரித்தெடுக்க முடியும். ஆனால், அவற்றுக்கிடையே திரவத் துளிகள் சிறிதிருப்பின் அத்தகடு களைப் பிரிக்க ஓரளவு விசை தேவைப்படுகிறது. ஏனெனின், திரவத்தின் மேற்பரப்பில் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசையின் விளைவால் திரவத்திற்கும் வெளிப்புறமுள்ள காற்றுக்குமிடையே அழுத்த மிகுதி தோற்றுவிக்கப்படுகிறது.

படத்தில் காட்டியபடி PQ, RS என்பவை இரு கண்ணாடித் தகடுகள். அவற்றுக்கிடையே 'd' தடிமனுள்ள ஒரு மெல்லிய திரவப் பகுதி அமைந்திருப்பதாகக் கொள்வோம். கண்ணாடித் தகடுகளின் உட்



படம் 59

புறங்கள், திரவத்தால் ஈரமாக்கப்படும். அங்ஙனம் ஈரமாக்கப்பட்ட ஒரு தகட்டின் பரப்பளவு 'A' எனக் கொள்வோம். கண்ணாடித் தகடுகளுக் கிடையே உள்ள இத்திரவ அமைப்பின் இரு முதன்மை வளைவுகோடு களாக, தகட்டிற்கு இணையாக ஒரு நேர்கோடும், குழிபரப்புடைய ஒரு

அரைவட்டமும் உள்ளன. இதில், திரவத்திற்கு ஒரு தனிப் பரப்பு இருப்பதாலும், நேர்கோட்டிற்கு $r_1 = \infty$-யும், அரைவட்டப் பகுதிக்கு $r_2 = \frac{d}{2}$ ஆகவும் இருப்பதால், இவ்வமைப்பின் உட்புற அழுத்த மிகுதியை முன்னதாக நாம் கண்ட சமன்பாட்டின் உதவியால் கணக்கிடலாம்.

அதாவது,
$$P = T\left(\frac{1}{\infty} - \frac{2}{d}\right)$$
$$= -\frac{2T}{d}$$

இதில் எதிர்க்குறியானது, திரவத்தின் வெளிப்புறத்தைவிட உட்புறத்திலுள்ள அழுத்தம் குறைவாகவிருப்பதைக் காட்டுகிறது. அதாவது, தகட்டின் உட்புறத்துத் திரவத்தால் ஏற்படும் அழுத்தத்தை விட, தகட்டின் வெளிப்புறத்தில் காற்றுல் ஏற்படும் அழுத்த மிகுதியானது $\frac{2T}{d}$ ஆகும். எனவே, தகட்டின் வெளிப்புறத்தில் செயற்படும் விசை மிகுதியானது $\frac{2TA}{d}$ ஆகும். இவ்விசை அவ்விரு தகடுகளையும் அழுத்தி ஒன்றுசேர்த்து வைத்திருக்கிறது. அவ்விரு தகடுகளையும் பிரித்தெடுக்க வேண்டுமாயின், தகடுகளுக்கு நேர்குத்துத் திசையில் வெளிப்புறத்தில் $\frac{2TA}{d}$ அளவிற்கு ஒரு விசை செயற்பட வேண்டும். தகடுகளுக்கிடையே உள்ள ஈரமாக்கப்பட்ட பரப்பு அதிகமாயின், இவ்விசையும் அதிகமாகும். தகடுகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவு அதிகமாயின், இவ்விசை குறையும்.

நுண்புழை ஏற்றம் (Capillary rise)

ஒரு நுண்புழைக் குழாயின் (capillary tube) ஒரு முனையானது நீரில் அமிழ்த்தப்பட்டால், குழாயினுள் ஒரு குறிப்பிட்ட உயரத்திற்கு நீர் ஏறுகிறது என்பதை நாமறிவோம். இது நீரின் பரப்புஇழுவிசையால் ஏற்படும் ஒரு நிகழ்ச்சியாகும். மையொற்றுத் தாளில் (blotting paper) மை ஏறுவதும் எண்ணெய் விளக்குகளில் திரியில் எண்ணெய் ஏறுவதும் நுண்புழை நிகழ்ச்சிகளே. ஏன், தாவரங்களில் தரையிலிருந்து நீர் மற்றும் நிலச்சாறுகள் (sap) அவற்றின் தண்டுகளுக்குச் செல்வதும் ஒரு வகையில் நுண்புழை நிகழ்ச்சியால்தான்.

நுண்புழை ஏற்றம்—விளக்கம்

ஒரு நுண்புழைக் குழாயின் ஒரு முனை திரவத்தில் அமிழ்த்தப்பட்டால் அக்குழாயினுள் திரவத்தின் குழிப்பிறை தோன்றுகிறது. அதில் குழிப்பிறையின் உட்புற அழுத்தமானது வெளிப்புறத்துள்ள

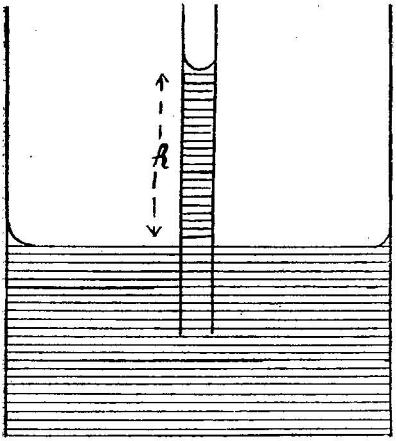
அழுத்தத்தைவிட மிகுதியாயிருப்பதால் திரவமானது குழாயினுள் தள்ளப்படுகிறது. இவ்வாறு குழாயினுள் ஏறும் திரவத்தின் எடை அத்திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசைக்குச் சமனாகும்வரை ஏறி நின்று விடும்.

பாதரசத்திற்குக் குவிப்பிறைத் தளமிருப்பதால் நுண்புழை ஏற்றத் திற்குப் பதிலாக நுண்புழை இறக்கம் (capillary depression) இருக்கும். இதை இப்பாடப் பிற்பகுதியில் காண்போம்.

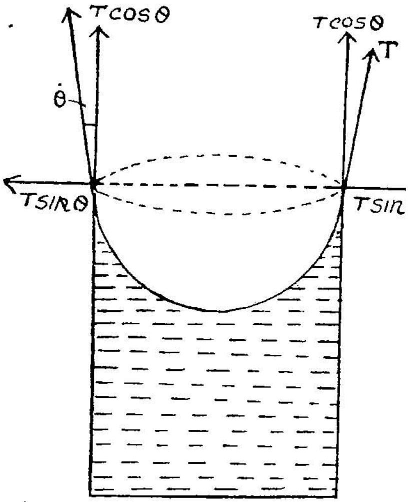
பரப்பு இழுவிசையைக் கணக்கிடல்

(அ) நுண்புழை ஏற்றமுறை (Capillary rise method)

முறையின் கொள்கை விளக்கம்: 'r' ஆரமுடைய கண்ணாடி யாலான ஒரு நுண்புழைக் குழாயானது, பரப்பு இழுவிசை T உள்ள திரவம் நிரம்பிய ஒரு முகவையில் அமிழ்த்தப்பட்டால், அதில் திரவமானது ஏறுகிறது. அத்திரவ ஏற்றத்தை 'h' எனக் கொள்வோம் [படம் 60 (அ)]. குழாயினுள் திரவமானது குழிப்பிறை



படம் 60 (அ)



படம் 60 (ஆ)

யுடையதாக இருக்கும். திரவம் கண்ணாடிப் பரப்பைத் தொடும் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும், அப்புள்ளியில் பிறைத்தளத்திற்கு வரையப் படும் தொடுகோட்டின் திசையில் பரப்பு இழுவிசை T செயற் படும். அதாவது, கண்ணாடியின் உட்புறச் சுற்றளவில் திரவம் தொடும் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் இவ்விசை செயற்படும். கண்ணாடிக்கும்

திரவத்திற்குமுள்ள சேர்கோணம் θ எனக் கொள்வோம். திரவமானது கண்ணுடியைத் தொடும் ஏதாவதொரு புள்ளியில் செயற்படும் பரப்பு இழுவிசை T-யை $T\cos\theta$, $T\sin\theta$ என இரண்டாகப் பகுக்கலாம். இதில் $T\cos\theta$ என்ற விசை மேல்நோக்கியும் $T\sin\theta$ என்ற விசை கிடைமட்டத்திலும் செயற்படும். திரவம் கண்ணுடியைத் தொடும் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் அதன் பரப்புஇழுவிசை இரண்டாகப் பகுக்கப்படுவதாகக் கொள்வோம். இதில் கிடைமட்டத் திசையில் செயற்படும் விசையின் மொத்த மதிப்புச் சுழியாகும். ஏனெனின், ஒரு புள்ளியில் கிடைமட்டத் திசையில் செயற்படும் விசையானது அதற்கு நேர் எதிர்ப்புறமுள்ள மற்ருெரு புள்ளியில் (விட்ட எதிர்ப்புள்ளியில்) கிடைமட்டத் திசையில் செயற்படும் விசைக்குச் சமனுகவும் எதிராகவு மிருக்கிறது. ஆனுல், எல்லாப் புள்ளிகளிலும் மேல்நோக்கிச் செயற்படும் விசையின் மொத்த அளவு $= 2\pi r\, T\cos\theta$. இம் மேல்நோக்கிச் செயற்படும் விசையானது, நுண்புழைக் குழாயிலுள்ள திரவத்தின் எடையால் சமன் செய்யப்படுகிறது.

குழாயிலுள்ள திரவத்தின் பரும அளவு $= \pi r^2 h +$ பிறைத்தளத்திலுள்ள திரவத்தின் பரும அளவு

$$= \pi r^2 h + \left(\pi r^3 - \tfrac{2}{3}\pi r^3\right)$$

$$= \pi r^2 h + \tfrac{1}{3}\pi r^3$$

$$= \pi r^2\left(h + \frac{r}{3}\right)$$

குழாயிலுள்ள திரவத்தின் நிறை $= \pi r^2\left(h + \dfrac{r}{3}\right)\rho$

குழாயிலுள்ள திரவத்தின் எடை $= \pi r^2\left(h + \dfrac{r}{3}\right)\rho g$

(இதில் ρ என்பது திரவத்தின் அடர்த்தியாகும்.)

எனவே,

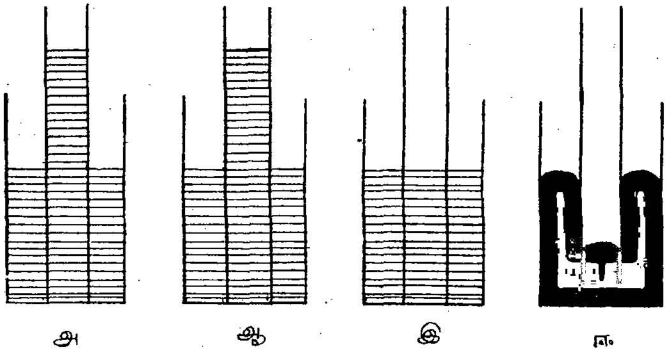
$$2\pi r\, T\cos\theta = \pi r^2\left(h + \frac{r}{3}\right)\rho g$$

$$T = \frac{r\left(h + \frac{r}{3}\right)\rho g}{2\cos\theta}$$

நேர்வு (i) : சேர்கோணம் $\theta = 0$ எனில், $\cos\theta = 1$. எனவே, பரப்பு இழுவிசை $T = \dfrac{r\left(h+\frac{r}{3}\right)\rho g}{2}$. நீருக்கும் கண்ணுடிக்குமுள்ள

சேர்கோணம் $\theta = 0$. எனவே, நீரின் பரப்பு இழுவிசையைக் கணக்கிட, இச்சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்த வேண்டும் [படம் 61 (அ)].

நேர்வு (ii) : சேர்கோணம் θ குறுங்கோணமெனின், cos θ-வின் மதிப்பு நேராகும். எனவே, நுண்புழைக் குழாயில் திரவ ஏற்றமிருக்கும்; அதோடு பிறைத்தளமானது குழியாகவுமிருக்கும். பல அடர்த்தி குறைந்த திரவங்களுக்கு இவ்வாறு நுண்புழை ஏற்றமும் குழிபிறைத் தளமும் இருக்கும் [படம் 61 (ஆ)].



படம் 61.

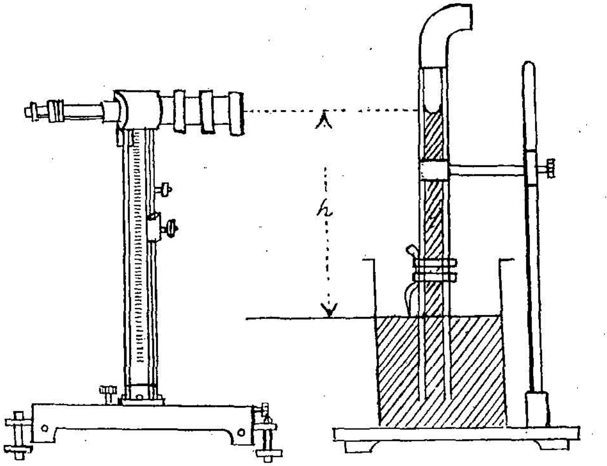
நேர்வு (iii) : செர்கோணம் $\theta = 90°$ எனின், cos $\theta = 0$; இதற்கு நுண்புழை ஏற்றமிருக்காது [படம் 61 (இ)].

நேர்வு (iv) : சேர்கோணம் θ விரிகோணமாயின் cos θ-வின் மதிப்பு எதிரானதாகும். எனவே, இதில் நுண்புழை ஏற்றமிருக்காது; ஆனால், நுண்புழை இறக்கமிருக்கும். அதோடு பிறைத்தளமானது குவிந்திருக்கும் [படம் 61 (ஈ)]. பாதரசத்திற்கும் கண்ணாடிக்கும் சேர்கோணம் 140° ஆதலால், அதற்கு நுண்புழை இறக்கமும், குவி பிறைத்தளமும் இருக்கும்.

சோதனை : ஒரு கண்ணாடி முகவையில் பரப்புஇழுவிசையைக் காணவேண்டிய திரவத்தை எடுத்துக் கொள்ளவும். ஈரமற்றதும் தூயதுமான ஒரு கண்ணாடி நுண்புழைக் குழாயின் ஒரு முனையைச் சிறிதளவு அத்திரவத்தில் மூழ்கியிருக்கும்படி அமைத்து ஒரு தாங்கியில் பொருத்தவும். இவ்வாறு செய்தால், நுண்புழைக் குழாயில் திரவ ஏற்ற மிருக்கும். நுண்புழைக் குழாய்க்கு எதிரில் ஓர் இயங்கு நுண் ணோக்கியை அமைக்கவும். கூர்முனைக் கம்பி (pointer) ஒன்று திரவ

மேற்பரப்பைத் தொடுமாறு மற்றொரு தாங்கியில் செங்குத்தாகப் பொருத்தவும்.

இனி நுண்ணோக்கியின் உட்புறமுள்ள குறுக்கிணை கம்பிகளில் (cross-wires) கிடைமட்டக் கம்பியானது திரவப் பிறைத்தளத்தின் அடிப்பகுதிக்கு நேராக இருக்கும்படி சரி செய்யவும். பின் நுண்ணோக்கியிலுள்ள செங்குத்தளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவும். பிறகு, நுண்புழைக் குழாயையும் கூர்முனைக் கம்பியையும் அசைக்காது முகவையை நீக்கவும். நுண்ணோக்கியைக் கீழ்ப்புறமாகத் தள்ளி, கம்பியின் கூர்முனைக்கு நேராகச் சரியாயமைத்து, அதற்கான காட்சிப் பதிவினையும் குறித்துக் கொள்ளவும். திரவப் பிறைத் தளத்தின் அடிப்பகுதிக்கான நுண்ணோக்கியின் காட்சிப் பதிவிற்கும் கம்பியின் கூர்முனைக்கான நுண்ணோக்கியின் காட்சிப் பதிவிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டைக் (h) கணக்கிடவும்.

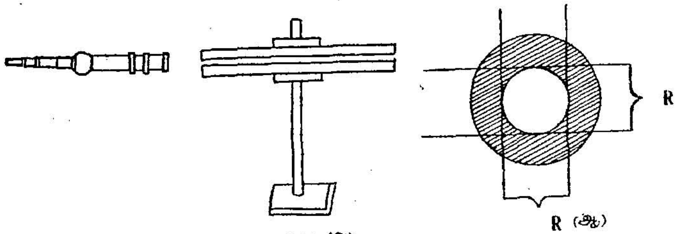


படம் 62

பிறைத்தளம் உள்ள பகுதியில் நுண்புழைக் குழாயின் ஆரம் கண்டுபிடிக்கப்படவேண்டும். இதற்காகக் கண்ணாடிக் குழாயின் வெளிப்புறத்தில் பிறைத்தளத்திற்கு நேராக ஒரு கோடு வரைந்துகொண்டு அவ்விடத்தில் குழாயைக் குறுக்கில் வெட்டி அதன் ஆரத்தைக் காண வேண்டும். ஆனால், வழக்கில் நாம் இம்முறையைப் பின்பற்றுவதில்லை. பெரும்பாலும், எல்லா நுண்புழைக் குழாய்களும் சீரான ஆரமுடையவைகளாக இருப்பதால், குழாயின் ஒரு முனையில் அதன் உள் ஆரத்தைக் கணக்கிட்டு, அதையே அந்த நுண்புழைக் குழாயின் ஆரமாகக் கொள்கிறோம். பயன்படுத்தப்பட்ட நுண்புழைக் குழாய் இழுக்கப்பட்ட

தொன்றெனின் (drawn tube) பிறைத்தளமுள்ள விடத்தில் குறுக்காக வெட்டி ஆரம் காணவேண்டியது அவசியமாகும்.

நுண்புழைக் குழாயின் உட்புறம் நன்கு உலர்த்தப்பட்டபின் அதைக் கிடைமட்டமாக ஒரு தாங்கியில் பொருத்தவும் (படம் 63). ஓர் இயங்கு நுண்ணோக்கியைக் குழாய்க்கெதிரில் வைத்து, அதன் குறுக்கு வெட்டுமுகம் நுண்ணோக்கியின் குவிமையத்துக்கியையச் சரி செய்தல் வேண்டும். இதில் கண்ணாடிக் குழாயின் வெளிப்பரப்பானது ஒரு பெருவட்டமாகவும், உட்பரப்பு அதனுள் ஒரு சிறுவட்டமாகவும்



படம் 63 (அ)

தெரியும். இயங்கும் நுண்ணோக்கியின் வழியாக நோக்கும்போது அதிலுள்ள செங்குத்துக் குறுக்கிழை கம்பியானது உள் வட்டத்தைத் தொடும்படி அமைத்து, நுண்ணோக்கியில் கிடைமட்ட அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவும். பின்பு, நுண்ணோக்கியிலுள்ள கிடைமட்டத் திருகின் உதவியால் அந்நுண்ணோக்கியை நகர்த்தி உள் வட்டத்தை முன்பு தொட்ட புள்ளிக்கு விட்ட எதிர்ப்புள்ளியில் தொடும்படி அமைத்து, அதன் கிடைமட்ட அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவும். இவ்விரு காட்சிப் பதிவுகளின் வேறுபாடே நுண்புழைக் குழாயின் விட்டமாகும். இதிலிருந்து அதன் ஆரத்தை அறியலாம்.

நுண்ணோக்கியின் கிடைமட்டக் குறுக்கிழை கம்பியானது உள் வட்டத்தில் ஏதாவதொரு புள்ளியில் தொடுமாறு அமைத்து மேற்கண்ட முறையில் அதன் விட்டத்தைக் கிடைமட்டத் திசையில் கண்டு, அதன் ஆரத்தைக் கணக்கிடலாம். இவ்விரு ஆரங்களின் சராசரியே நுண்புழைக் குழாயின் சராசரி ஆரமாகும்.

இச்சோதனையில் கண்ட h, r ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை,

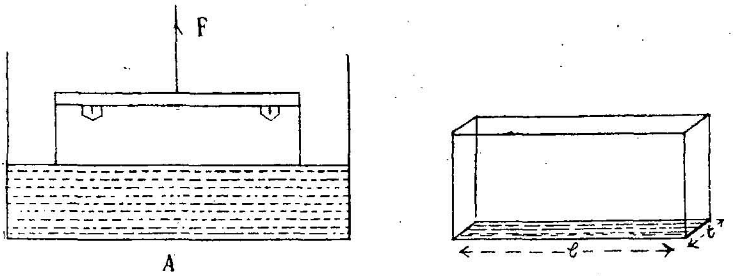
$$T = \frac{r\left(h+\frac{r}{3}\right)\rho g}{2}$$

என்ற சமன்பாட்டில் மாற்றீடு செய்ய, திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசை கிடைக்கும். r, h ஆகியவை செ. மீ.-லும், ρ கிராம்/க. செ. மீ.-லும் g செ. மீ./விநாடி^{2}-லும் இருப்பின், பரப்பு இழுவிசையின் அலகு டைன்கள்/செ. மீ. ஆகும்.

மேற்கண்ட சோதனையை மீண்டும் செய்ய ஆரம் வேறுபட்ட நுண் புழைக் குழாய்களைப் பயன்படுத்தி, திரவத்தின் சராசரிப் பரப்புஇழு விசையைக் கணக்கிடலாம்.

(ஆ) முறுக்குத் தராசு முறை

முறையின் கொள்கை விளக்கம் : ஒரு மெல்லிய நீள்சதுரக் கண்ணாடித் தகட்டின் கீழ்ப்புறம் கிடைமட்டமாகத் திரவத்தைத் தொடும்படி அமைந்தால் பரப்பு இழுவிசையின் விளைவாக அது கீழ் நோக்கி இழுக்கப்படும். ஏனெனில் கண்ணாடித் தகட்டின் கீழ்ப்புறச்



படம் 64.

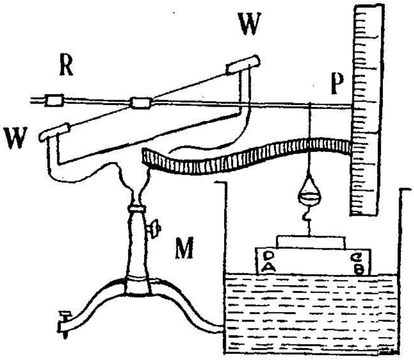
சுற்றளவில் பரப்பு இழுவிசை செயற்படுகிறது. கண்ணாடித் தகட்டின் நீளமும் தடிமனும் முறையே l, t என்றும், திரவத்தின் பரப்பு இழு விசை T என்றும் கொண்டிடின், கண்ணாடித் தகட்டின் கீழ்ப்புறச் சுற்றளவு $2(l+t)$ ஆகும். அத்தகட்டைக் கீழ்ப்புறமாக இழுக்கும் விசையானது $2T(l+t)$ ஆகும். கண்ணாடித் தகடானது திரவப் பரப்பை விட்டு நீங்க, மேற்புறத்தில் ஒரு விசை செயற்படவேண்டும். இவ்விசையை F எனக் கொண்டிடின், F ஆனது $2T(l+t)$-க்குச் சமனாகும்.

$$2T(l+t) = F$$

அதாவது, $$T = \frac{F}{2(l+t)}$$

சோதனை : முறுக்குத் தராசு என்பது ஒரு ப-வடிவ உலோகத் தகட்டைத் தாங்கியிருக்கும் ஒரு சரிமட்டத் திருகாணிகொண்ட முக்

காலியையுடையது. M என்ற திருகின் உதவியால் இத்தகட்டை மேற்புறம் உயர்த்தவோ கீழ்ப்புறம் தாழ்த்தவோ செய்யலாம். இப் ப-வடிவத் தகட்டின் இரு முனைகளுக்கிடையே ஓர் எஃகு கம்பியானது இழுத்துப் பிணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. கம்பியின் நடுவில் கூரிய முனையுடைய, கத்தி போன்ற ஒரு நீண்ட மெல்லிய தகடு அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது

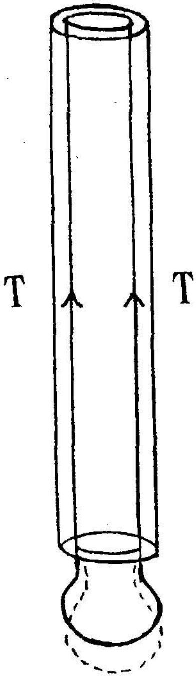


படம் 65

(படம் 65). இதுவே முறுக்குத் தராசின் புயமாக அமைகிறது. இதன் கூரிய முனைக்கருகில் ஒரு சிறு தராசுத் தட்டும் மற்றொரு முனையில் R என்னும் ஒரு நகரும் எடையும் (sliding weight) உள்ளன. இவ் வெடையினை நகர்த்தி, மெல்லிய தகடு கிடைமட்டத்திலிருக்கும்படி செய்யலாம். $ABCD$ என்ற மெல்லிய கண்ணாடித் தகடு தராசுத் தட்டின் அடியிலுள்ள கொக்கியில் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது. நீண்ட கத்திபோன்ற தகட்டின் முனை (P) குறிமுள் போன்று ஒரு செங்குத்து அளவுகோலில் நகரக் கூடியது. இதுவே, முறுக்குத் தராசின் அமைப் பாகும். இனி இம் முறுக்குத் தராசின் உதவியால் ஒரு திரவத்தின் பரப்புஇழுவிசையைக் கண்டறியும் முறையைக் காண்போம்.

நகரும் எடையை நகர்த்தி, தராசு தட்டினின்று தொங்கும் தூய கண்ணாடித் தகட்டின் அடிப்புறம் கிடைமட்டமாக இருக்கும்படி செய்யவும். ஆய்வுக்குரிய திரவத்தைக்கொண்ட ஒரு சிறு கண்ணாடித் தொட்டியினை அக் கண்ணாடித் தகட்டின்கீழ் வைக்கவும். M என்ற திருகின் உதவியால் கண்ணாடித் தகடு திரவத்தின் மேற்பரப்பைத் தொடும்படி செய்யவும். அவ்வாறு செய்தால், கண்ணாடித் தகடு திரவத் தின் பரப்பு இழுவிசையால் திரவத்தினுள் சிறிதளவு அமிழ்ந்துவிடும். பின் முக்காலியிலுள்ள S என்ற திருகின் உதவியால் கண்ணாடித் தகடு திரவப் பரப்பைவிட்டு விலகி மேற்புறம் செல்லும்படி செய்யவும்.

அவ்வாறு கண்ணாடித் தகடு திரவப் பரப்பைவிட்டு விலகும்போது குறிமுள் P-யின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவும். திரவத் தொட்டியை நகர்த்தி, பின் கண்ணாடித் தகட்டின் அடிப்புறம் தூய்மையாக்கப்பட வேண்டும். குறிமுள் P ஆனது, கண்ணாடித் தகடு திரவப் பரப்பை விட்டு விலகும்போதிருந்த காட்சிப் பதிவினைக் காட்டும்வரை, தராசுத் தட்டில் எடைகளையிடவும். இதை mg எனக் கொள்வோம். கண்ணாடித் தகட்டின் நீளத்தை (l) வர்னியர் அளவியால் அளக்கவும். அதன் தடிமனை (t) ஒரு திருகுமானியால் அளக்கவும். திரவத்தின் பரப்புஇழுவிசை T எனின், கண்ணாடித் தகட்டின் கீழ்ப்புறத்தில் செயற்பட்ட விசையானது $2T(l+t)$ ஆகும். இது mg-க்குச் சமம்.



படம் 66

எனவே,

$$2T(l+t) = mg$$

$$\therefore \quad T = \frac{mg}{2(l+t)}$$

இவ்வாறு திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசையைக் காணலாம்.

(இ) துளி எடை முறை (Drop weight method)

முறையின் கொள்கை விளக்கம் : செங்குத்தாகவுள்ள ஒரு குறுகலான கண்ணாடிக் குழாயின் கீழ்முனையில் ஒரு திரவத்துளி தோன்றும்போது அத்துளியின் அளவு பெரிதாகிப் பின் குழாயை விட்டு விலகி கீழே விழுந்துவிடுகிறது. துளியானது குழாயை விட்டுவிலகி விழுமுன் அதில் மூன்று விசைகள் செயற்படுவதால் சமநிலையிலிருக்கிறது. அவ்விசைகளாவன :

(i) முதலாவதாக, துளியின் எடை mg ஆனது அத்துளியைக் கீழ்நோக்கி இழுக்கிறது.

(ii) இரண்டாவதாக, உட்புற அழுத்த மிகுதியால் ஏற்படும் அழுக்கமும் கீழ்நோக்கிச் செயற்படுகிறது. ராலே (Rayleigh) என்பார், குழாயின் முனையில் அதன் குறுக்குப் பரப்பில் அமையும் இத்துளியின் வடிவத்தை நீள் உருளை வடிவமெனக் கொண்டார். நீள் உருளை வடிவத்துளியினுள் அழுத்த மிகுதியானது T/r ஆகும். ஆகவே, குழாயின் குறுக்குப் பரப்பில் செயற்படும் அமுக்கமானது $(T/r)\pi r^2$; அதாவது $\pi r T$ ஆகும். இவ்விரு விசைகளும் கீழ்நோக்கிச் செயற்படுகின்றன.

(iii) மூன்றாவதாக, குழாயின் உட்சுற்றளவில் திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசை மேல்நோக்கிச் செயற்படுகிறது. திரவத்தின் பரப்பு இழு விசை T ஆயின், மேல்நோக்கிச் செயற்படும் இவ்விசை $2\pi r \cdot T$ ஆகும்.

எனவே, துளியானது சமநிலையிலிருக்க, மேல்நோக்கிச் செயற் படும் விசை கீழ்நோக்கிச் செயற்படும் விசைகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாயிருத்தல் வேண்டும்.

அதாவது, $2\pi r T = mg + \pi r T$

$$\pi r T = mg$$

$$\therefore \quad T = \frac{mg}{\pi r}.$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டினைப் பெறும்முறையில் துளியானது விலகி விழுமுன் சமநிலையிலிருப்பதாகக் கொண்டோம். இச் சமநிலை நிலையானதொன்றல்ல. ஏனெனின், துளியானது எப்போதும் இயக்கச் சமநிலையில் (dynamic equilibrium) இருக்கிறது. இதனால், மேற் கண்ட சமன்பாட்டினைப் பயன்படுத்திப் பரப்பு இழுவிசையைச் சோதனை முறையில் கண்டபோது, உண்மையான அதன் மதிப்பை விடச் சற்று அதிகமாகவே இருந்தது. இம் மாறுபாட்டை நீக்க ராலே என்பார் π-யின் மதிப்பை 3·8 ஆகக் கொண்டார். எனவே, திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசையை

$$T = \frac{mg}{3{\cdot}8r}$$

என்ற சமன்பாட்டால் கணக்கிடலாம்.

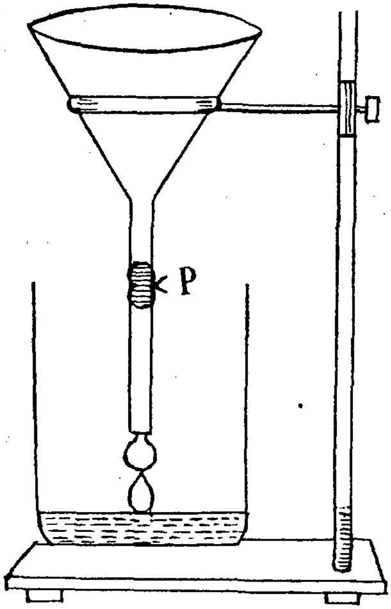
குழாயின் கீழ்க் குறுக்குமுகப் பரப்பு மெழுகிடப்பட்டால் திரவம் குழாயின் வெளிப்புறத்திற்குப் பரவுவதில்லை. எனவே, அதன் உள் ஆரத்தை அளந்து, அதையே r எனக் கொள்ளவும். குழாய் மெழுகிடப் படாதிருந்தால், அதன் வெளிப்புற ஆரத்தை அளந்து அதை 'r' எனக் கொள்ளவும்.

சோதனை : சுமார் 6 மி.மீ. விட்டமுள்ள தூய்மையான உலர்ந்த, குறுகலான ஒரு கண்ணாடிக் குழாயை ஒரு பெய்குழலின் அடிப்பகுதி யில் சிறிய இரப்பர்க் குழாயால் இணைக்கவும். இரப்பர்க் குழாயில் ஒரு பற்றியழுத்துங் கருவியினைப் (pinch clamp) பொருத்தவும். பெய் குழலில் திரவத்தை நிரப்பிக்கொண்டபின் பற்றியழுத்துங் கருவியி னுதவியால் கண்ணாடிக் குழாயின் முனையில் திரவத்துளிகள் தோன்றி, ஒன்றன்பின் ஒன்றாக விழும்படி செய்யவும். காலி முகவையொன்றின் நிறையைக் கண்டபின் அதை அக் குழாயின்கீழ் வைக்கவும். 100

திரவத்துளிகள் முகவையில் விழுந்தபின் முகவையை அவ்விடமிருந்து நீக்கி, அதன் நிறையை மீண்டும் காணவும். முகவையின் இவ்விரு நிறைகளுக்குமுள்ள வேறுபாடே 100 திரவத்துளிகளின் நிறையாகும். இதிலிருந்து ஒரு திரவத்துளியின் நிறையை அறியலாம். இதை 'm' எனக் கொள்வோம். கண்ணாடிக் குழாயின் வெளி ஆரத்தை (r), இயங்கு நுண்ணோக்கியால் அல்லது திருகு மானியால் அளந்து கொள்ளவும். பின்,

$$T = \frac{mg}{3{\cdot}8r}$$

என்ற சமன்பாட்டில் மாற்றீடு செய்ய, திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசை கிடைக்கும். திரவத்துளிகளின் எண்ணிக்கையை மாற்றி, மேற்கண்ட சோதனையைப் பல முறை செய்து, திரவத்தின் சராசரிப் பரப்பு இழுவிசையைக் கணக்கிடலாம்.



படம் 67

முகவிடைப் பரப்பு விசை

(Interfacial surface tension)

ஒன்றுக்கொன்று கலவாத இரு திரவங்களின் இடைப்பரப்பில் தோன்றும் விசையே முகவிடைப் பரப்பு விசையாகும்.

ஒரு அடர்த்திகுறை திரவத்தினுள் உள்ள ஒரு குழாயின் முனையில் அடர்த்திமிகுந்ததொரு திரவத்துளி தோன்றுமாறு அமைத்தல் வேண்டும். அவ்வாறு செய்யின், அடர்த்திமிகு திரவத்துளி அதன் பருமனுக்குச் சமமான பருமனுள்ள அடர்த்திகுறை திரவத்தை இடம் பெயரச் செய்யும். ஆர்க்கிமிடிஸின் தத்துவப்படி, துளியின் தோற்ற எடைக் குறைவானது அதனால் இடம்பெயர்க்கப்பட்ட அடர்த்திகுறை திரவத்தின் எடைக்குச் சமமாகும். அதாவது துளியின் தோற்ற எடை, அதன் மெய் எடைக்கும் துளியின் பருமனுள்ள, இடம் பெயர்க்கப் பட்ட அடர்த்தி குறை திரவத்தின் எடைக்குமுள்ள வேறுபாடாகும்.

துளியின் மெய் எடை $= mg$

அடர்த்திமிகு திரவத்தின் அடர்த்தியை d_1 என்றும், அடர்த்தி குறை திரவத்தின் அடர்த்தியை d_2 என்றும் கொண்டிடின்,

துளியால் இடம்பெயர்க்கப்பட்ட அடர்த்திகுறை திரவத்தின் எடை $= \frac{m}{d_1} \cdot d_2 \cdot g$

எனவே, துளியின் தோற்ற எடை $= mg - \frac{m}{d_1} \cdot d_2 \cdot g$

$$= mg\left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right)$$

முகவிடைப் பரப்புவிசை T ஆயின், முன்பு கண்ட துளி எடை முறையைப் போன்று,

$$T = \frac{mg}{3{\cdot}8r}\left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right) \text{ ஆகும்.}$$

துளி எடை முறைக்குப் பயன்படும் அதே ஆய்கருவியே இம் முறைக்கும் பயன்படுகிறது. இரு திரவங்களில் அடர்த்திகுறை திரவத்தை ஒரு முகவையில் நிரப்பி, அதன் நிறையைக் கண்டு கொள்ளவும். ஒரு குறுகலான கண்ணாடிக் குழாயைச் செங்குத்தாகத் திரவத்தில் அமிழ்த்தி அதன் மற்றொரு முனையைச் சிறிய இரப்பர்க் குழாயால் ஒரு பெய்குழலுடன் இணைக்கவும். இந்த இரப்பர்க் குழாயில் ஒரு பற்றியழுத்துங் கருவியினையும் பொருத்தவும். அடர்த்திமிகு திரவத்தை பெய்குழலில் விட்டுப் பற்றியழுத்துங் கருவியினுதவியால் திரவத் துளியானது கண்ணாடிக் குழாயின் முனையில் ஒன்றன்பின் ஒன்றாகத் தோன்றி விழும்படி செய்யவும். 100 துளிகள் முகவையினுள் விழுந்தபின் முகவையை அகற்றி, அம்முகவையின் நிறையைக் காணவும். முகவையின் இவ்விரு நிறைகளுக்குமுள்ள வேறுபாடே 100 திரவத்துளிகளின் நிறையாகும். இதிலிருந்து ஒரு திரவத்துளியின் நிறையைக் கணக்கிடலாம். அடர்த்திமிகு, அடர்த்திகுறை திரவங்களின் அடர்த்திகளை ஒரு ஹேர் கருவியின்மூலம் காணவும். அவற்றின் அடர்த்திகளை முறையே d_1, d_2 என்க. துளி எடை முறையில் கண்டதுபோலவே குறுகலான கண்ணாடிக் குழாயின் ஆரம் rஐ அளக்கவும். இவற்றை,

$$T = \frac{mg}{3{\cdot}8r}\left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right)$$

என்ற சமன்பாட்டில் மாற்றீடு செய்ய, முகவிடைப் பரப்புவிசையைக் கணக்கிடலாம். இதன் அலகும் டைன்கள்/செ. மீ. அல்லது பவுண்டல்கள்/அடி ஆகும்.

பரப்பு இழுவிசையும் வெப்பநிலையும்

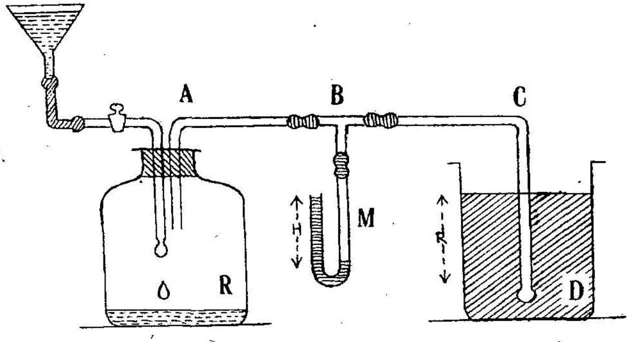
ஒரு திரவத்தின் வெப்பநிலை உயரும்போது அதன் பரப்பு இழுவிசை குறைகிறது. நீரின் வெப்பநிலை 1°C உயர்ந்தால் அதன் பரப்பு இழுவிசை 0·14 டைன்கள் குறைவதாகச் சோதனைகளால் கண்டறிந்துள்ளனர். மாறுநிலை வெப்பநிலையில் (critical temperature) பரப்பு இழுவிசை சுழியாகிறது. வாண்டர் வால் (Van dar waal) என்பார் வெப்பநிலைக்கேற்ப பரப்பு இழுவிசை மாறுபடுவதைக் கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டால் குறிக்கலாம் எனக் குறிப்பிட்டுள்ளார். அதுவே,

$$S_T = S_O\left(1-\frac{T}{T_C}\right)^{\frac{3}{2}}$$

இதில் S_T என்பது T°A வெப்பநிலையில் திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசை ; S_O என்பது 0°A வெப்பநிலையில் திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசை ஆகும்.

(ஈ) ஜேகர் முறை (Jaegar's method)

R என்பது இரு குழாய்கள் பொருத்தப்பட்டதொரு தக்கை கொண்ட வளிவாங்கு கலமாகும். அதில் ஒரு குழாய் நீர் செல்லும் குழாயுடனோ அல்லது நீர் நிரப்பப்பட்ட பெய்குழலுடனோ இணைக்கப் படவேண்டும். மற்றொரு M என்ற அழுத்தமானியுடனும் BCD என்ற கண்ணாடிக் குழாயுடனும் இணைக்கவேண்டும் (படம் 68). BCD என்ற



படம் 68

குழாயின் முனை D-யானது பரப்பு இழுவிசையைக் காணவேண்டிய திரவம் நிரம்பிய ஒரு முகவையில் திரவப் பரப்பிலிருந்து 'h' ஆழத்தில் இருக்கும்படி செய்யவும். வளிவாங்கு கலத்தில் நீரானது ஒவ்வொரு துளியாக விழும்படி செய்யவும். அவ்வாறு செய்தால் விழும் துளியால்

இடம் பெயர்க்கப்பட்ட காற்றானது BCD என்ற குழாய் வழியே அதன் முனை D-யில் காற்றுக் குமிழியாக வெளிவரும். குமிழியின் அளவு படிப்படியாகப் பெரிதாகி, அதன் ஆரம் குழாயின் ஆரத்திற்குச் சமமாகும்போது அக்குமிழி நிலையற்றதாகிக் குழாயை விட்டுப் பிரியும். காற்றுக் குமிழியின் அளவு படிப்படியாகப் பெரிதாகும்போது அழுத்த மானியிலுள்ள திரவமட்ட வேறுபாடு அதிகமாகும். குமிழியானது குழாயைவிட்டுப் பிரியுமுன் திரவமட்ட வேறுபாடு பெருமமாகும். இப்பெருமத் தொலைவைக் குறித்துக்கொள்ளவும். பல குமிழிகளுக்கு இதன் மதிப்பைக் கண்டு அதன் சராசரி மதிப்பை 'H' எனக் கொள்ளவும்.

வளிஅழுத்தத்தை P என்றும், முகவையிலுள்ள திரவத்தின் அடர்த்தியை ρ என்றும் கொள்வோமாயின், காற்றுக் குமிழி குழாயை விட்டு நீங்குமுன், வெளிப்புற அழுத்தமானது $P+h\rho g$ ஆகும். அழுத்தமானியிலுள்ள திரவத்தின் அடர்த்தியை σ எனக்கொண்டால், காற்றுக் குமிழியின் உட்புற அழுத்தமானது $P+H\sigma g$ ஆகும்.

எனவே,

குமிழியில் உட்புற அழுத்த மிகுதி $P = (P+H\sigma g)-(P+h\rho g)$
$$= g\,(H\sigma - h\rho)$$

காற்றுக் குமிழியின் ஆரம் 'r' ஆகவும் திரவப் பரப்பு இழுவிசை T' ஆகவுமிருப்பின்,

காற்றுக் குமிழியில் உட்புற அழுத்த மிகுதி } $P = \dfrac{2T}{r}$ என அறிவோம்.

$$\text{எனவே,}\quad \frac{2T}{r} = g\,(H\sigma - h\rho)$$

$$\therefore\quad T = \frac{rg}{2}\,(H\sigma - h\rho)$$

குழாயின் முனை D-யைப் பல்வேறு ஆழங்களில் வைத்து, திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசையைக் கணக்கிடவும். பின்பு, திரவத்தின் சராசரிப் பரப்பு இழுவிசையை அதிலிருந்து அறியலாம்.

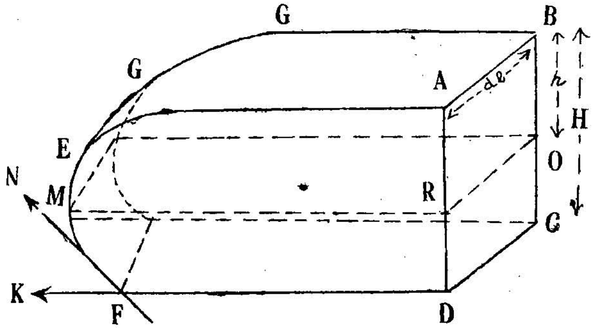
இம்முறையில், மேற்கண்ட கணக்கீடுகள் நிலையியல் சூழ்நிலைகட்கே பொருந்தும். மேலும், காற்றுக் குமிழி குழாயைவிட்டு நீங்கும் நிலையில் அதன் ஆரத்தைத் துல்லியமாகக் காணவியலாது. எனவே, இம் முறையால் பரப்பு இழுவிசையின் மதிப்பைத் துல்லியமாகக் கணக்கிட முடியாது. எனினும், இம் முறையானது வெப்பநிலைக்கேற்பப் பரப்பு இழுவிசை மாறுவதைக் காணப் பயன்படுகிறது. முகவையிலுள்ள

திரவத்தைப் பல்வேறு வெப்பநிலைக்குச் சூடேற்றி, மேற்கண்ட சோதனையைச் செய்து, அந்தந்த வெப்பநிலைகளில் அதன் பரப்பு இழுவிசைகளைக் கணக்கிடலாம். திரவத்தின் வெப்பநிலைக்கேற்ப அதன் அடர்த்தியும் மாறுவதை நினைவிற்கொண்டு அதன் பரப்பு இழுவிசையைக் கணக்கிடல் வேண்டும்.

(உ) குவின்க் முறை (Quincke's method)

பாதரசத்தின் பரப்பு இழுவிசையையும் பாதரசத்திற்கும் கண்ணாடிக்குமுள்ள சேர்கோணத்தையும் கணக்கிடக் குவின்க் என்பார் கண்ட ஓர் எளிய முறையை இங்குக் காண்போம்.

ஒரு பெரிய தட்டையான பாதரசத் துளியானது கிடைமட்டமாயுள்ள தூய்மையானதும், உலர்ந்துள்ளதுமான ஒரு கண்ணாடித் தட்டில் வைக்கப்பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம் (படம் 69). துளியின் மேற்பரப்பில், மையப் பகுதியானது சமதளமாகவே உள்ளது. எனவே, இப்பகுதியில் துளியின் மேற்பரப்பிலுள்ள எந்தவொரு புள்ளியிலும் உள்ள அழுத்தமானது அதன் உட்புறத்திலுள்ள அழுத்தத்திற்குச் சமனாகும். துளியின் மையப்புள்ளி வழியாக $ABCD$



படம் 69

என்ற செங்குத்துத் தளத்தால் துளி இரண்டாக வெட்டப்படுவதாகக் கொள்வோம். அதில் ஒன்றை, $AEFD$, $BGKC$ என்ற dl தொலைவிலுள்ள இரு செங்குத்துத் தளங்களால் $ABCD$-க்குச் செங்குத்தாக மேலும் வெட்டப்படுவதாகக் கொள்வோம். இதில் M என்பது திரவத் துளியின்முன் தள்ளியிருக்கும் பகுதி (protruding portion) ஆகும். துளியின் உயரம் (BC) H எனக்கொள்வோம். M-ன் வழியாக AB அல்லது CD-க்கு இணையாக உள்ள கிடைமட்டத்தளம் PO வழியாகச் செல்லும். இதில் $AP=h$ என்றும், பாதரசத்தின் பரப்பு இழுவிசையை T என்றும் கொள்வோம்.

PO-வைத் தன்னகத்தே கொண்ட தளத்திற்கு மேலுள்ள திரவத் துளியில் கீழ்க்காணும் விசைகள் செயற்பட அது சமநிலையிலுள்ளது.

(i) AB-யில் இடதுபுறத்துள்ள துளிப்பகுதியால் வலமிருந்து இடமாகச் செயற்படும் கிடைமட்ட இழுவிசை (horizontal pull) $T.dl$ ஆகும்.

(ii) $ABOP$-யில் இடமிருந்து வலமாகச் செயற்படும் நிலைத் திரவ அமுக்கம் (hydrostatic thrust) $\frac{1}{2}\,hdg.hdl$ அதாவது $\frac{1}{2}\,h^2dg\ dl$ ஆகும். இங்கு, d என்பது திரவ அடர்த்தியாகும்.

இவ்விரு விசைகளும் எதிர்த்திசைகளில் செயற்படுவதால், சமநிலைக்கு,

$$T.dl = \tfrac{1}{2}\,h^2dg.dl$$

$$\text{அதாவது,}\quad T = \tfrac{1}{2}\,h^2dg \qquad (1)$$

படத்தில் காட்டியபடி, துளியின் முழுப்பகுதியிலும் மூன்று விசைகள் செயற்படுகின்றன. அவையாவன:

(i) AB-யில் வலமிருந்து இடமாகச் செயற்படும் கிடைமட்ட இழுவிசை $T.dl$

(ii) $ABCD$-யில் இடமிருந்து வலமாகச் செயற்படும் நிலைத்திரவ அமுக்கம் $\frac{1}{2}\,Hdg.Hdl$; அதாவது $\frac{1}{2}\,H^2dgdl$.

(iii) தொடுபுள்ளியில், திரவப் பரப்பிற்கு வரையப்படும் தொடு கோடு FN வழியே செயற்படும் பரப்பு இழுவிசை $T.dl$. இது இடண்டாகப் பகுக்கப்படின், $T.dl\ \cos\ (180-\theta)$ என்ற விசை வலமிருந்து இடமாக (FK) செயற்படும். இதில் θ என்பது பாதரசத் திற்கும் கண்ணாடிக்குமுள்ள சேர்கோணமாகும்.

சமநிலைக்கு,

$$T.dl + T.dl\cos\,(180-\theta) = \tfrac{1}{2}\,H^2dg.dl$$

$$T\,.\,dl - T\,.\,dl\cos\theta = \tfrac{1}{2}\,H^2dg\,.\,dl$$

$$T\,(1-\cos\theta) = \tfrac{1}{2}\,H^2dg \qquad (2)$$

$$\therefore\ (1-\cos\theta) = \frac{H^2dg}{2T}$$

$$= \frac{H^2dg\times 2}{2\,.\,h^2dg} \quad \text{(சமன்பாடு 1-ன் படி)}$$

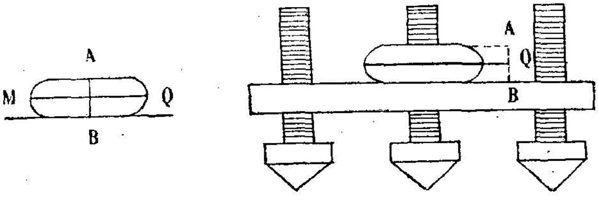
$$= \frac{H^2}{h^2}$$

$$\therefore \cos\theta = 1 - \frac{H^2}{h^2}$$

$$= \frac{h^2 - H^2}{h^2} \qquad (3)$$

cos θ-வின் மதிப்பு எதிராகவிருப்பது சேர்கோணம் θ-ஆனது விரிகோணம் என்பதைக் காட்டுகிறது. எனவே, H, h ஆகியவற்றை அளந்து பாதரசத்தின் பரப்பு இழுவிசை T-யையும் பாதரசத்திற்கும் கண்ணாடிக்குமுள்ள சேர்கோணம் θ-வையும் சமன்பாடுகள் முறையே (1), (3)-ன் உதவியால் கணக்கிடலாம்.

சோதனை : தூய்மையான, உலர்ந்த ஒரு கண்ணாடித் தட்டை மூன்று சரிமட்டத் திருகாணிகளின்மேல் கிடைமட்டமாக இருக்கும்படி செய்யவும். ஒரு பெரிய தட்டையான பாதரசத்துளியை இதன்மேல்



படம் 70

வைக்கவும். துளியின் மேற்பரப்பைத் தொட்டிருக்கும்படி ஒரு குறி முள்ளைச் செங்குத்தாக வைக்கவும். ஒளிக் கற்றையொன்றை அத்துளியின்மீது விழச்செய்து, எதிரொளிப்புக் கற்றையை இயங்கும் நுண்ணோக்கியொன்றின் உதவியால் பார்க்கவும். அதில் ஒளியூட்டப் பட்ட முனை C-யானது ஒரு விளிம்பொளி வரி (streak) போன்று தோன்றும். நுண்ணோக்கியின் கிடைமட்டக் குறுக்கிணை கம்பி அவ்விளிம்பொளி வரியுடன் பொருந்துமாறு செய்து, அதிலுள்ள செங்குத்து அளவுகோலின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவும். பின் நுண்ணோக்கியிலுள்ள திருகின் உதவியால் அதை மேற்புறம் நகர்த்தித் துளிமேலுள்ள குறிமுள்ளுடன் அதன் கிடைமட்டக் குறுக்கிணை கம்பி பொருந்துமாறு செய்து, மீண்டும் அதன் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவும். இவ்விரு காட்சிப் பதிவுகளுக்குமுள்ள வேறுபாடே 'h' ஆகும். கோளமானியின் மூன்று கால்களுக் கிடையே இத்துளி இருக்குமாறு செய்து, அதன் மையத்திருகாணியின் முனை துளியின் மேற்பரப்பைத் தொடும்படி அமைத்து, கோளமானியின் காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவும். துளியை அகற்றி, கோளமானியின் மையத்திருகாணி கண்ணாடித் தட்டைத் தொடும்படி

அதைத் திருகி, அதற்கான காட்சிப் பதிவினைக் குறித்துக் கொள்ளவும். இவ்விரு காட்சிப் பதிவுகளுக்குமுள்ள வேறுபாடு 'H' ஆகும். h, H ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் கொண்டு $T = \frac{1}{2} h^2 dg$; $\cos\theta = \frac{h^2 - H^2}{h^2}$ ஆகிய சமன்பாடுகளால் பாதரசத்தின் பரப்பு இழுவிசை (T), பாதரசத்திற்கும் கண்ணாடிக்குமுள்ள சேர்கோணம் (θ) ஆகியவற்றைக் கணக்கிடலாம்.

பரப்பேடுகள்

ஒரு திரவத்தில் திரவ மேற்பரப்பிற்கும் அதற்கு இணையாக மூலக்கூறு இயங்கெல்லைக்குச் சமதொலைவிலுள்ள ஒரு தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட திரவப் பகுதியே திரவப் பரப்பேடு என அழைக்கப்படுகிறதென்று முன்பு கண்டோம். லாங்முயூர் (Longmuir) என்பார் இத்தகைய அடுக்குகளின் தடிமன் மூலக்கூறின் விட்ட அளவை ஒத்திருப்பதாகவும், வாயுவின் விதிகளைப்போன்ற சில விதிகள் இப் பரப்பேடுகளுக்குப் பொருந்துவதாகவும் கண்டுள்ளார். இதைவிட மாறுபட்ட சில பரப்பேடுகளைப்பற்றி இங்குக் காண்போம். மிகக் குறைந்த அளவில் திரவத்தில் கரையும் சில எண்ணெய்கள், கொழுப்புகள் ஆகியவையும் திரவப் பரப்பேடுகளாக அமையும். எண்ணெய் அல்லது கொழுப்புக் கரைக்கப்பட்ட பென்சீன் (benzene) கரைசலில் சில துளிகளை நீர்ப் பரப்பிவிட்டால், பென்சீனானது ஆவியாகிவிடும். அதனால் நீர்ப் பரப்பில் எண்ணெயின் பரப்பேடு இருக்கும். இத்தகைய பரப்பேடுகளே ஒரு மூலக்கூறு அடுக்குகள் (mono-molecular layers) அல்லது ஒற்றை அடுக்குகள் (mono-layers) என அழைக்கப்படுகின்றன.

ஆதம் (Adam) என்பார் இத்தகைய பரப்பேடுகளை நான்கு வகைகளாகப் பிரித்துள்ளார். அவையாவன :

(i) உறைவிக்கப்பட்ட மெல்லேடுகள் (condensed films)

இவற்றில் ஒரு மூலக்கூறு அடுக்கிலுள்ள மூலக்கூறுகள் ஒன்றுக்கொன்று மிக நெருக்கமாகவும் அசைய இயலாத நிலையிலும் உள்ளன.

(ii) வாயுநிலை மெல்லேடுகள் (gaseous films)

இவற்றில் மூலக்கூறுகள் நெருக்கமாகவில்லாமல் பரவியிருக்கும். இதனால், பரப்பில் தன்னிச்சையாக நகரும் தன்மையுள்ளவை. இம் மூலக்கூறுகளும், வாயு அழுத்தத்தைப் போன்று திரவப் பரப்பில் அழுத்தத்தைத் தோற்றுவிக்கின்றன. இத்தகைய மெல்லேடுகளை வழக்கத்தில் காணவியலாது. ஏனெனில், மூலக்கூறுகள் அதிகமாக இருந்தால் அவை திரவத்தில் கரைந்தோ அல்லது ஆவியாகி மறைந்தோவிடுகின்றன.

(iii) விரிவாக்கப்பட்ட திரவ மெல்லேடுகள் (liquid expanded films)

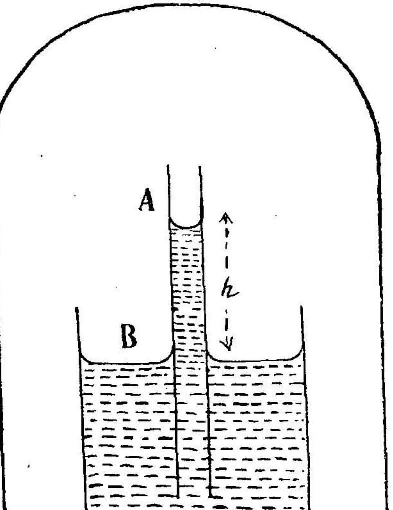
இவற்றில் மூலக்கூறுகள் ஒன்றையொன்று ஒட்டியிருக்கும். ஆனால், முதலில் கண்ட உறைவிக்கப்பட்ட மெல்லேடுகளிலுள்ள மூலக்கூறுகளைப் போல் அவ்வளவு நெருக்கமாகவிருப்பதில்லை.

(iv) விரிவாக்கப்பட்ட ஆவி மெல்லேடுகள் (vapour expanded films)

இவற்றில் மூலக்கூறுகள் ஒன்றையொன்று ஒட்டியுள்ளன. ஆனால், இம்மூலக்கூறுகளுக்கிடையுள்ள விசை போதுமான அளவினதாக இல்லாததால் அவை மேலே கண்ட முதல்வகை (i) மெல்லேட்டு மூலக்கூறுகளைப் போன்றோ, மூன்றும் வகை (iii) மெல்லேட்டு மூலக்கூறுகளைப் போன்றோ அமையாது அவற்றுக்கிடைப்பட்ட வாயுநிலை மெல்லேட்டு மூலக்கூறுகளாக அமைந்துள்ளன.

வளைபரப்பில் ஆவியமுத்தம் (Vapour pressure over curved surface)

ஒரு திரவத்தின் வளைபரப்பு ஆவியமுத்தத்தால் சமநிலையிலிருப்பதற்கும், திரவத்தின் சமதளப் பரப்பு ஆவியமுத்தத்தால் சமநிலையிலிருப்பதற்கும் உள்ள வேறுபாட்டை முதன் முதலாகக் கண்டறிந்தவர் கெல்வின் கோமகன் (Lord Kelvin) ஆவார். அவ்வேறுபாட்டைக் கணக்கிடும் முறையை இங்குக் காண்போம்.



படம் 71

ஒரு திரவம் நிரப்பப்பட்ட பாத்திரத்தில் ஆரம் 'r' உள்ள நுண்புழைக் குழாயொன்று செங்குத்தாக வைக்கப்பட வேண்டும். இதை ஒரு மணி சாடி (bell-jar) கொண்டு மூடி அதனுட்பகுதி வெறுமையாக்கப் படவேண்டும். திரவம் ஆவியாதலால், சற்று நேரத்திற்குப் பின் மணி சாடியினுள் திரவத்தின் ஆவி நிறைந்திருக்கும். அது தெவிட்டுநிலையை அடைந்திருப்பதாகவும், பாத்திரத்திலுள்ள திரவம் நுண்புழைக் குழாயில் 'h' உயரத்திற்கு ஏறியிருப்பதாகவும் கொள்வோம் (படம் 71).

திரவத்தின் அடர்த்தியை ρ என்றும், பரப்பு இழுவிசையை T என்றும் கொள்க. திரவ ஆவி A-யில் வளைபரப்போடு சமநிலையிலும், B-யில் திரவ சமதளப் பரப்போடு சமநிலையிலும் இருக்கிறது.

B-யிலும் A-யிலும் அதன் தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தங்கள் முறையே P_1 என்றும் P_2 என்றும் கொண்டிடின்,

$$P_1 = P_2 + hg\sigma$$

இதில் σ ஆவியின் அடர்த்தி எண். ஒரு திரவத்தின் குழி பரப்பின்கீழ் உள்ள அழுத்தம் அதன் வெளிப்புறத்துள்ளதைவிட $\frac{2T}{r}$ குறைவு என நாமறிவோம். நுண்புழைக் குழாயைத் திரவத்தில் வைப்பின், அதன் குழிபரப்பிலேற்படும் இவ்வழுத்த வேறுபாட்டால், திரவம் நுண்புழைக் குழாயினுள் ஏறுகிறது.

$$\text{எனவே,} \quad \frac{2T}{r} = h\rho g$$

$$\text{அல்லது,} \quad hg = \frac{2T}{r\rho}$$

$$\therefore \quad p_1 = p_2 + \frac{2T\sigma}{r\rho}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{2T\sigma}{r\rho}$$

அதாவது, திரவத்தின் குழிபரப்பில் தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தமானது திரவத்தின் சமதளப் பரப்பில் தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தத்தை விட $\frac{2T}{r} \cdot \frac{\sigma}{\rho}$ அளவு குறைந்திருக்கும்.

பாதரசம் போன்ற திரவங்களுக்கு நுண்புழை இறக்கமும் அதன் பிறைத்தளம் குவிந்துமிருக்கும். எனவே, அதன் குவிபரப்பில் தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தமானது, சமதளப் பரப்பிலுள்ளதை விட $\frac{2T}{r} \cdot \frac{\sigma}{\rho}$ அதிகமிருக்கும்.

துளி தோன்றலுக்கான இன்றியமையாக் கூறுகள்
(Conditions for drop forming)

சமதளப் பரப்பில் தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தமுள்ள ஓரிடத்தில் நீர்த்துளியொன்று இருப்பதாகக் கொள்வோம். நீர்த்துளி கோள வடிவாய்க் குவிபரப்புடையதாக இருப்பதால், குவிபரப்பில் தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தமானது சமதளப் பரப்பிலுள்ளதைவிட 'அதிகமாகவிருக்கும். அத்துளி சமதளப் பரப்பின் தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தத்தை அடையத்

துளியின் ஒரு பகுதி ஆவியாகிறது. அதனால், துளியின் ஆரம் குறைகிறது. ஆரம் 'r' குறைந்தால் $p_1 - p_2 = \frac{2T\sigma}{r\rho}$ என்ற சமன்பாட்டின் படி, அதன் தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தம் அதிகமாகும். எனவே, துளியின் ஒரு பகுதி ஆவியாகியும் கூட அது சமதளப் பரப்பின் தெவிட்டு நிலை ஆவியழுத்தத்தை அடையவியலாது போகிறது. மாறாக, அதன் மதிப்பு உயருகிறது. எனவே, துளியில் மேலும் ஒரு பகுதி ஆவியாகிறது. இதனால் அதன் ஆரம் குறைந்து தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தம் மேலும் அதிகமாகிறது. இந்த ஆவியழுத்தம் மிகத் தெவிட்டிய நிலையை (super saturation) அடைந்தாலும் துளி ஆவியாதல் நிற்பதில்லை. எனவே, ஒரு சிறு நீர்த்துளி அதன் ஆவியுள்ள ஓரிடத்தில் தோன்றிடின் அது விரைவில் ஆவியாகி மறையும் தன்மையுடையதாகிறது.

ஒரு தூசியற்ற வளிமண்டலம் நீராவியால் மிகத் தெவிட்டிய நிலையிலிருப்பதாகக் கொள்வோம். அங்குக் குவிபரப்பேதுமில்லையாதலால் $r = 0$ ஆகும். எனவே, குவிபரப்பிற்கும் சமதளப்பரப்பிற்குமுள்ள ஆவியழுத்த மிகுதி $\frac{2T}{r} \cdot \frac{\sigma}{\rho}$ ஆனது எண்ணிலியாகும்.

ஆனால், ஒரு துகள் வளிமண்டலத்தில் புகுத்தப்படின் அது ஒரு குறிப்பிட்ட ஆரமுள்ள குவிபரப்புடையதாகிறது. மிகத் தெவிட்டிய நிலை ஆவியழுத்தம் அக் குவிபரப்பிற்கெனவுள்ள சமநிலை அழுத்தத்தை விட அதிகமாயிருப்பின் அத் துகளைக் கருவாகக் கொண்டு அதன்மேல் நீர் தேங்குகிறது. இவ்வாறு அதன்மேல் நீர் தேங்குவதால், அப் பரப்பின் ஆரம் 'r' அதிகரிக்கிறது. இதனால் அதன் சமநிலை அழுத்தம் குறைகிறது. எனவே, நீரின் ஆவி மேலும் நீராக அத்துகளின் மீது தேங்குகிறது. இந்நிலை, அந் நீர்த்துளியானது தன்னுடைய எடையால் கீழே விழும்வரை நீடிக்கிறது. இவ்வாறே மழைத்துளி தோன்றுகிறது. எனவே, மிகத் தெவிட்டியநிலை ஆவியழுத்தமுள்ள மேகமானது வளிமண்டலத்திலிருப்பினும் அங்குத் துகள்கள் இல்லாதிருப்பின் மழைத்துளிகள் தோன்றவியலாது. இதனால்தான் செயற்கை முறையில் மழையை வருவிக்கக் கார்பன்-டை-ஆக்சைடு திடத்துகள்களாக மேகத்தினுட் செலுத்தப்பட்டு, அவற்றைக் கருவாகக் கொண்டு நீர் தேங்கி மழையாகப் பெய்கிறது.

மாதிரிக் கணக்குகள்

1. 0·5 செ. மீ. ஆரமுள்ள ஒரு நீர்த்துளி ஒரே அளவுள்ள 1000 சிறு துளிகளாகப் பகுக்கபடத் தேவையான வேலை அளவினைக் கணக்கிடுக. நீரின் பரப்புஇழுவிசை=75 டைன்/செ. மீ. எனக்கொண்டு சிறு துளியின் உட்புற அழுத்த மிகுதியையும் காண்க.

சிறு துளியின் ஆரம் $= r$ எனக் கொள்க.

சிறு துளி ஒன்றின் பரும அளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3$ க. செ. மீ.

1000 சிறு துளிகளின் பரும அளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3 \times 1000$ க. செ. மீ.

பெருந் துளியின் பரும அளவு $= \frac{4}{3}\pi (0{\cdot}5)^3$ க. செ. மீ.

எனவே,

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \times 1000 = \frac{4}{3}\pi (0{\cdot}5)^3$$

$$r^3 = \frac{0{\cdot}5 \times 0{\cdot}5 \times 0{\cdot}5}{1000}$$

$$\therefore \quad r = 0{\cdot}05 \text{ செ. மீ.}$$

1000 சிறு துளிகளின் புறப்பரப்பு $= 4\pi (0{\cdot}05)^2 \times 1000$

பெருந் துளியின் புறப்பரப்பளவு $= 4\pi (0{\cdot}5)^2$

எனவே, பரப்பு மிகுதி $= 4\pi (0{\cdot}05)^2 \times 1000 - 4\pi (0{\cdot}5)^2$

$= 4\pi (0{\cdot}05^2 \times 1000 - {\cdot}5^2)$

$= 4\pi \times 2{\cdot}25$ ச. செ. மீ.

செய்யப்படும் வேலையின் அளவு $=$ பரப்பு மிகுதி $\times$ பரப்பு இழுவிசை

$= 4\pi \times 2{\cdot}25 \times 75$

$= 675$ எர்குகள்

சிறு துளியின் உட்புற அழுத்த

மிகுதி $= \dfrac{2T}{r}$

$= \dfrac{2 \times 75}{0{\cdot}05}$

$= 3000$ டைன்/ச. செ. மீ.

2. விட்டம் 0·1 மி. மீ. உள்ள ஒரு நுண்புழைக் குழாய், செங்குத்தாக நீரில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கிறது. நீரின் பரப்பு இழுவிசையை 72 டைன்/செ. மீ. எனக்கொண்டு, குழாயில் நீரேற்ற உயரத்தைக் காண்க.

நீரின் பரப்பு இழுவிசை $T = \dfrac{\left(h + \frac{r}{3}\right)\rho g r}{2}$

$$\therefore \quad h = \frac{2T}{\rho g r} - \frac{r}{3}$$

$T = 72$ டைன்/செ. மீ.

$r = 0{\cdot}005$ செ. மீ.

$$\rho = 1 \text{ கிராம்/க. செ. மீ.}$$

$$g = 980 \text{ செ. மீ./வினாடி}^2$$

$$\therefore \quad h = \frac{2 \times 72}{1 \times 980 \times 0{\cdot}005} - \frac{0{\cdot}005}{3}$$

$$= 29{\cdot}388 \text{ செ. மீ.}$$

குழாயில் நீரேற்ற உயரம் = 29·388 செ. மீ.

3. சோப்புக் கரைசலின் பரப்பு இழுவிசை C. G. S. அலகுகள் ஆனால், அக்கரைசலால் 2 செ. மீ. ஆரமுள்ள ஒரு சோப்புக் குமிழி ஊத ஆகும் வேலையின் அளவினைக் காண்க.

சோப்புக் குமிழி ஊதுவதால் விளையும் பரப்பு மிகுதி

$$= 2 \times 4\, \pi r^2$$

$$= 2 \times 4 \times \pi \times 2^2$$

செய்யப்படும் வேலை = பரப்பு மிகுதி × பரப்பு இழுவிசை

$$= 2 \times 4 \times \pi \times 2^2 \times 25$$

$$= 2513 \text{ எர்குகள்}$$

அச்சோப்புக் குமிழி ஊத ஆகும் வேலையின் அளவு = 2513 எர்குகள்.

4. 'a', 'b' ஆரங்களுள்ள இரு சோப்புக் குமிழிகள் ஒன்றுபட்டு ஆரம் 'c' உள்ள ஒரே குமிழியாகிறது. வளியமுத்தம் = P, சோப்புக் கரைசலின் பரப்பு இழுவிசை = T எனக் கொண்டு $P\,(a^3 + b^3 - c^3) = 4T\,(c^2 - a^2 - b^2)$ எனக் காட்டுக.

இரு சோப்புக் குமிழிகளிலும் உள் அமுத்தங்கள் P_1, P_2 எனவும், அவ்விரண்டும் ஒரே குமிழியானதும் அதன் உள் அமுத்தம் P_3 எனவும் கொள்வோம்.

$$P_1 = P + \frac{4T}{a}$$

$$P_2 = P + \frac{4T}{b}$$

$$P_3 = P + \frac{4T}{c}$$

இம் மூன்று குமிழிகளின் உள்ளேயுள்ள காற்றின் நிறைகள் முறையே m_1, m_2, m_3 எனவும், உட்காற்றின் அடர்த்திகள் முறையே d_1, d_2, d_3 எனவும் கொண்டிடின்,

$$m_1 = \tfrac{4}{3}\, \pi a^3 \cdot d_1$$

$$m_2 = \tfrac{4}{3}\, \pi b^3 d_2$$

$$m_3 = \frac{4}{3}\pi c^3 d_3$$

ஆனால் $m_1+m_2=m_3$

$$\therefore \quad \frac{4}{3}\pi a^3 d_1+\frac{4}{3}\pi b^3 d_2=\frac{4}{3}\pi c^3 d_3$$

அதாவது $a^3 d_1+b^3 d_2=c^3 d_3$.

பாயில் விதிப்படி, குமிழிகளின் உள் அழுத்தங்கள், அவற்றிலுள்ள காற்றின் அடர்த்திகளுக்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கும்.

$$\therefore \quad a^3P_1+b^3P_2=c^3P_3$$

$$a^3\left(P+\frac{4T}{a}\right)+b^3\left(P+\frac{4T}{b}\right)=c^3\left(P+\frac{4T}{c}\right)$$

அல்லது $P(a^3+b^3-c^3)=4T(c^2-a^2-b^2)$

5. பாதரசம் நிரப்பப்பட்ட ஒரு நீண்ட ஜாடியின் கீழ்ப்பகுதியிலிருந்து காற்றுக் குமிழியொன்று மேலேறுகிறது. 100 செ. மீ. ஆழத்தில் அதன் ஆரம் 0·1 மி. மீ. ஆனால் எந்த ஆழத்தில் அதன் ஆரம் 0·12 மி. மீ. ஆகும்? பாதரசத்தின் பரப்பு இழுவிசை =205 டைன்/செ. மீ.; வளி அழுத்தம் =76 செ. மீ. பாதரசம்; பாதரசத்தின் அடர்த்தி =13·6 கிராம்/க. செ. மீ.; $g=980$ செ. மீ./விநாடி^{2}.

100 செ. மீ. ஆழத்தில் காற்றுக் குமிழியின் வெளிப்புற அழுத்தம்

= (76+100) செ.மீ. பாதரசம்

= 176 செ.மீ. பாதரசம்

= $176\times13{\cdot}6\times980$ டைன்/ச.செ.மீ.

= $2{\cdot}345\times10^6$ டைன்/ச.செ.மீ.

அக் காற்றுக் குமிழியின் உட்புற அழுத்த மிகுதி

$$=\frac{2T}{r}$$

$$=\frac{2\times205}{0{\cdot}01}$$

$$=200\times205$$

= $0{\cdot}041\times10^6$ டைன்/ச.செ.மீ.

எனவே, காற்றுக் குமிழியினுள் அழுத்தம்

P_1 = $(2{\cdot}345+0{\cdot}041)10^6$ டைன்/ச.செ.மீ.

= $2{\cdot}386$ டைன்/ச.செ.மீ.

குமிழியின் பருமஅளவு $v_1=\frac{4}{3}\pi\,(0{\cdot}01)^3$ க.செ.மீ. ஆரம் 0·012 செ.மீ. ஆகும்போது அது திரவ மேற்பரப்பிலிருந்து 'h' ஆழத்திலிருப்பதாகக் கொள்வோம்.

அவ்வாழத்தில் குமிழியின் பரும அளவு

$$v_2 = \tfrac{4}{3}\pi\,(0{\cdot}012)^3 \text{ க.செ.மீ.}$$

குமிழியின் வெளிப்புற அழுத்தம்

$$= (76+h)\times 13{\cdot}6\times 980 \text{ டைன்/ச.செ.மீ.}$$

அவ்வாழத்தில் உட்புற அழுத்த மிகுதி

$$= \frac{2T}{r}$$

$$= \frac{2\times 205}{0{\cdot}012}$$

$$= \frac{500\times 205}{3} \text{ டைன்/ச.செ.மீ.}$$

எனவே, காற்றுக் குமிழியினுள் அழுத்தம்

$$P_2 = (76+h)13{\cdot}6\times 980 + \frac{500\times 205}{3} \text{ டைன்/ச.செ.மீ.}$$

பாயில் விதிப்படி,

$$P_1v_1 = P_2v_2$$

$$\therefore\quad 2{\cdot}386\times 10^6\times \tfrac{4}{3}\pi(0{\cdot}01)^3$$

$$= \left[(76+h)13{\cdot}6\times 980 + \frac{500\times 205}{3}\right]\tfrac{4}{3}\pi(0{\cdot}012)^3$$

$$76+h = 100{\cdot}8 \text{ செ.மீ.}$$

$$\therefore\quad h = 24{\cdot}8 \text{ செ.மீ.}$$

எனவே, பாதரசத்தின் மேற்பரப்பிலிருந்து 24·8 செ.மீ. ஆழத்தில் காற்றுக் குமிழியின் ஆரம் 0·12 மி.மீ. ஆகும்.

6. ஒரு நுண்புழைக் குழாயில் நீர் 5 செ.மீ. உயரத்திற்கு ஏறுகிறது. அதே குழாயில் பாதரசம் 1·54 செ.மீ. இறங்குகின்றது. நீர், பாதரசம் இரண்டின் பரப்பு இழுவிசைகளை ஒப்பிடுக. (பாதரசத்தின் சேர்கோணம் $=130°$) பொதுவில்

$$T\cos\theta = \frac{h\rho g r}{2}$$

$$h = \frac{2T\cos\theta}{\rho g r}$$

நீருக்கு, $h_1 = \dfrac{2T_1}{g\times r}\quad (\because\ \theta=0,\ \rho=1)$

$$\text{பாதரசத்திற்கு } h_2 = \frac{2T_2 \cos 130}{13 \cdot 6 \times g \times r}$$
$$= \frac{-2T_2 \times 0 \cdot 6423}{13 \cdot 6 \times g \times r}$$
$$\text{எனவே, } \frac{h_1}{h_2} = -\frac{T_1 \times 13 \cdot 6}{T_2 \times 0 \cdot 6423}$$
$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = -\frac{0 \cdot 6423}{13 \cdot 6} \times \frac{h_2}{h_1}$$
$$= -\frac{0 \cdot 6423}{13 \cdot 6} \times \frac{5}{(-1 \cdot 54)}$$
$$= 0 \cdot 1535.$$

வினாக்கள்

1. 'பரப்பு இழுவிசை'யை வரையறுக்கவும். மூலக்கூறுக் கொள்கை அடிப்படையில் அது எவ்வாறு விளக்கப்படுகிறது? விட்டம் 0·4 மி.மீ. உள்ள நீர்த் துளியொன்று 100 துளிகளாகப் பகுக்கப்படுகிறது. அப்போது செய்யப்படும் வேலையின் அளவைக் காண்க.

2. 'பரப்பாற்றல்', 'சேர்கோணம்' ஆகியவற்றினை வரையறுத்துக் கூறுக. (i) பாதரசம், (ii) நீர் ஆகியவற்றின் சேர்கோணங்களைக் காணும் முறையினை விளக்குக.

3. பரப்பு இழுவிசை T உள்ள சோப்புக் கரைசலின் r ஆரமுள்ள ஒரு குமிழியில் உட்புற அழுத்தம், வெளிப்புற அழுத்தத்தை விட $\frac{4T}{r}$ மிகுதியாயிருக்குமெனக் காட்டுக.

   சுற்றிலும் நீரால் சூழப்பட்டதும், விட்டம் 0·1 மி.மீ. உள்ளதுமான ஒரு காற்றுக் குமிழியின் உட்புற அழுத்த மிகுதியைக் கணக்கிடுக. (நீரின் பரப்பு இழுவிசை =72 டைன்/செ.மீ.)

4. விட்டங்கள் முறையே 4 செ.மீ., 6 செ.மீ. உள்ள இரு சோப்புக் குமிழ்கள் ஒன்றுசேர்ந்து ஒரு சோப்புக் குமிழியாகிறது. அப் புதிய குமிழியின் விட்டம் எவ்வளவு? (சோப்புக் கரைசலின் பரப்பு இழுவிசை =25 டைன்/செ.மீ.; வளியழுத்தம் =76 செ. மீ. பாதரசம்; பாதரச அடர்த்தி =13·6 கிராம்/க.செ.மீ.)

5. பாதரசம் நிரப்பப்பட்ட ஒரு நீண்ட ஜாடியின் கீழ்ப்பகுதியிலிருந்து காற்றுக் குமிழியொன்று மேலேறுகிறது. 100 செ.மீ. ஆழத்தில் அதன் ஆரம் 0·1 மி.மீ. ஆனால் எந்த ஆழத்தில் அதன் ஆரம் 0·126 மி.மீ. ஆகும்? (பாதரசத்தின் பரப்பு

இழுவிசை =440 டைன்/செ.மீ.; வளியமுத்தம் =76 செ.மீ. பாதரசம்; பாதரசத்தின் ஒப்படர்த்தி =13 6)

6. அடர்த்தி 1·05 கிராம்/செ.மீ., சேர்கோணம் 20° உள்ள ஒரு திரவத்தில், விட்டம் 0·2 மி.மீ. உள்ள நுண்புழைக் குழா யொன்று செங்குத்தாக வைக்கப்பட்டுள்ளது. திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசை 25 டைன்/செ.மீ. எனின், குழாயினுள் திரவ ஏற்றம் எவ்வளவெனக் கணக்கிடுக.

7. ஒவ்வொன்றும் 10 ச.செ.மீ. பரப்பளவுள்ள இரு கண்ணாடித் தகடுகளுக்கிடையே 0·001 மி.மீ. கனத்திற்கு நீர் உள்ளது. அவ்விரு தகடுகளையும் பிரிக்கத் தேவைப்படும் விசையினைக் காண்க. (நீரின் பரப்பு இழுவிசை = 75 டைன்/செ.மீ.)

8. ஒவ்வொன்றும் 0·2 மி.மீ. விட்டமுள்ள 1000 நீர்த்துளிகள் சேர்ந்து ஒரு பெருந்துளியானால், விளையும் ஆற்றல் இழப்பினைக் காண்க. (நீரின் பரப்பு இழுவிசை=75 டைன்/செ.மீ.)

9. ஒரு பெரும் பாதரசத் துளி கிடைமட்டமான ஒரு தூய்மை யான தகட்டின்மேல் உள்ளது. அத் துளியின் அளவீடுகளி லிருந்து பாதரசத்தின் பரப்பு இழுவிசையினை எங்ஙனம் காண லாம்? பயன்படுத்தப்படும் சமன்பாட்டினைப் பெற்றுக் காட்டுக.

10. ஒன்றுக்கொன்று கலவாத இருதிரவங்களின் முகவிடைப்பரப்பு விசையினைக் காண ஒரு சோதனையை விரிவாக விளக்குக.

11. வெப்பநிலையால் பரப்பு இழுவிசையில் ஏற்படும் விளைவு யாது? நீரின் பரப்பு இழுவிசைக்கும், அதன் வெப்பநிலைக்கும் உள்ள தொடர்பினைக் காணச் சோதனை ஒன்றை விளக்கிக் கூறுக.

12. ஒரு திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசையைக் காண ஜேகர் முறை யினையும், அம்முறையின் தத்துவத்தையும் விளக்குக.

13. ஒரு திரவ வளைவுப் பரப்பின் உட்புற அழுத்த மிகுதியைக் காண்க.

ஒரு குமிழி ஊதப்படும்போது செய்யப்படும் வேலை அதன் பரப்பாற்றல் மிகுதிக்குச் சமமெனக் காட்டுக.

14. ஒரு திரவத்தின் பரப்பு இழுவிசை இரு திரவங்களுக்கிடையே யுள்ள முகவிடைப் பரப்பு இழுவிசை ஆகியவற்றைக் காண துளி எடை முறையை விளக்குக. இம்முறையின் கொள்கை யினை விளக்கி, சரியான மதிப்பினைப் பெறச் செய்யவேண்டிய திருத்தத்தினையும் எடுத்துக் கூறுக.

15. குறிப்பெழுதுக:

(அ) துளி தோன்றுதல்

(ஆ) ஆவியழுத்தமும் பரப்பு இழுவிசையும்

(இ) நியூமான் முக்கோணம்.

5. விரவல்
(Diffusion)

ஒரு முகவையின், அடிப்பகுதியில் சிறிதளவு காப்பர் சல்பேட்டுக் கரைசலை (copper sulphate solution) நிரப்பி அது அசையா வண்ணம் அதன்மீது நீர் பரப்பினால், காப்பர் சல்பேட்டுக் கரைசலுக்கும் நீருக்குமிடையே அவற்றைப் பிரிக்கும் பரப்பு நன்கு தெரியும். சில காலத்திற்குப்பின் (சில நாள்களில் அல்லது மாதங்களில்) இப் பிரிக்கும் பரப்பு மறைந்து முகவை முழுதும் ஒரே செறிவுள்ள காப்பர் சல்பேட்டுக் கரைசலாக இருப்பதைக் காணலாம்.

ஒரு நீண்ட கண்ணாடி சாடியானது நகரும் கிடைமட்டக் கண்ணாடித் தட்டொன்றால் இரண்டாகத் தடுக்கப்பட்டு, அதன் மேற்பகுதியில் அடர்த்திகுறை வாயுவொன்றும் (ஹைட்ரஜன்), கீழ்ப்பகுதியில் அடர்த்தி மிகு வாயுவொன்றும் (கார்பன்-டை-ஆக்சைடு) நிரப்பப்படுவதாகக் கொள்வோம். இரு பிரிவுகட்கிடையே உள்ள தகடு அகற்றப்படின், அவ்விரு வாயுக்களின் மூலக்கூறுகளும் ஒன்றோடொன்று கலந்து சாடி முழுவதும் ஒரே சீரான அடர்த்தியுடைய கலவையாக மாறும்.

திரவத்திலும் வாயுவிலும் ஏற்படும் இந் நிகழ்ச்சிகள் வெளிப்புற அழுத்தத்தாலோ அல்லது புவிஈர்ப்பு விசையாலோ நிகழ்வதன்று. இதுவே திரவ அல்லது வாயு விரவலாகும். அதாவது, ‘ கரைபொருள் மூலக் கூறுகள் கரைசலில் செறிவு மிக்க பகுதியிலிருந்து செறிவு குறைந்த பகுதிக்குத் தன்னியல்பாக நகரும் முறை அல்லது ஒரு வாயுவின் மூலக்கூறுகள் மற்றொன்றின் மூலக்கூறுகளோடு புவி ஈர்ப்பு விசைக்கெதிராகக்கூட ஒன்றோடொன்று கலக்கும் முறை விரவல் ’ எனப்படும்.

ஏன், திடப்பொருள்களில்கூட இவ் விரவல் நடைபெறுவது தெரிய வந்துள்ளது. இருவேறு திடப்பொருள்கள் ஒன்றையொன்று நன்றாகத் தொட்டிருக்கும்படி நீண்ட காலத்திற்கு வைக்கப்பட்டிருப்பின், ஒரே

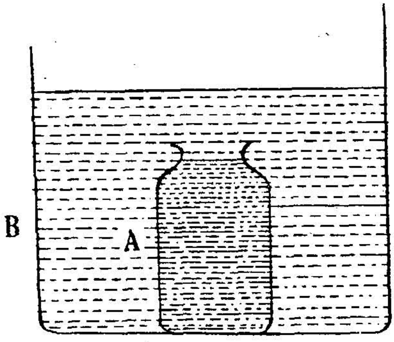
திடப்பொருள் இரண்டாக்கப்பட்டு அவ்வாறு வைத்திருந்தாலேற்படும் விரவலைவிட விரைவாக ஒன்றிலொன்று விரவியிருப்பது கண்டறியப்பட்டுள்ளது. இராபர்ட் ஆஸ்டன் (Robert Austen) என்பார் ஏறத்தாழ 7செ.மீ. நீளமும் 1·4செ.மீ.விட்டமுமுள்ள காரீய நீள்உருளையொன்றை ஒரு தங்கத் தகட்டோடு கலந்திணைவுறுத்தி (fusing) மாரு வெப்பநிலையுள்ள அறையொன்றில் ஒரு மாதகாலம் வைத்திருந்து தங்கம் காரீயத்துள் விரவுவதை எடுத்துக்காட்டியுள்ளார்.

திடப்பொருள்களில் ஏற்படும் விரவலைவிடத் திரவ விரவல் விரைவாகவும் அதைவிட வாயுக்களின் விரவல் மேலும் விரைவாகவும் ஏற்படுகின்றன.

உயரம் 100 செ.மீ. உள்ள ஒரு கண்ணுடிப் பாத்திரத்தின் கீழ்ப் பாதியில் காப்பர் சல்பேட்டின் தெவிட்டிய திரவக் கரைசலும் மேற்பாதியில் நீரும் நிரப்பப்படின் இரு திரவங்களும் விரவி ஒரே அடர்த்தியை உடையதாக ஆக 11 ஆண்டுகளாவதாகக் கணக்கிடப்பட்டுள்ளது. ஆனல், அதில் 30 செ.மீ. உயரத்தில் மேற்கண்ட சோதனை செய்யப்படின் விரவலுக்கு 1 ஆண்டுக்காலமாவதாகவும், 5 செ.மீ. உயரத் திரவத் தம்பத்திற்கு 10 நாள்களாவதாகவும் கண்டுள்ளனர். இதிலிருந்து குறைந்த நீளமுள்ள திரவத் தம்பத்தில் விரவல் விரைந்து நடைபெறுமென்பதை நாமறிகிரேம்.

கிரகாம் சோதனைகள் (Graham's experiments)

கிரகாம் என்பார் 1851 ஆம் ஆண்டு, திரவங்களின் விரவலைப்பற்றி விரிவாகக் கண்டறியச் சோதனைகள் பல செய்தார். அவர், அகன்ற வாயினையுடைய ஒரு கண்ணுடிப் புட்டியில் (*A*) தெவிட்டிய நிலையிலுள்ள உப்புக் கரைசலை நிரப்பி, அதை ஒரு மெல்லிய கண்ணுடித் தட்டினல் மூடினர். இதை வேறெரு பெரிய பாத்திரத்தில் (*B*) வைத்து அப்பாத்திரத்தை, புட்டியானது நன்ருக மூழ்கியிருக்கும்படி (படம் 72) நீரால் நிரப்பினர். பின் நீரானது நிலையாக விருக்கும்போது *A*-யின் மேலுள்ள கண்ணுடித் தட்டை *B*-யிலுள்ள நீர் கலங்காதவாறு நீக்கினர். நீர் ஆவியாதலைத் தடுக்க *B*-யை ஒரு பெரிய கண்ணுடித் தட்டால் மூடினர். சற்று நேரத்தில் உப்புக் கரைசலானது நீரில் விரவி நின்றது.



படம் 72

இடையிடையே B-யின் மேற்பகுதியிலுள்ள திரவத்தை ஒரு பிப் பெட்டால் (pipette) எடுத்து அதன் செறிவினைக் கண்டார். பல்வேறு உப்புக்கரைசலைப் பயன்படுத்தி மேற்கண்ட சோதனையைச் செய்தார். இச் சோதனைகளால் விதிகளைதையும் கண்டறிய இயலாதுபோயினும், அவர் கண்ட உண்மைகளாவன :

(1) ஒரு கரைபொருள் கரைமத்தில் (solvent) விரவும் வீதம் (rate of diffusion) கரைபொருளின் தன்மையைப் பொறுத்தது. ஒரே செறிவுள்ள பல்வேறு உப்புக் கரைசல்களின் விரவல் வீதங்கள் வெவ்வேருக இருக்கும்.

(2) விரவல் வீதம் செறிவைப் பொறுத்தது. அதாவது, ஒரே உப்புக் கரைசல்களின் செறிவு அதிகமாக விரவல் வீதமும் அதிகமாகும்.

(3) உப்புக் கரைசலும் செறிவும் மாருமலிருக்க அதன் வெப்பநிலை உயர்ந்தால், விரவல் வீதமும் உயரும்.

(4) ஒரு கலவையில் அதிலுள்ள பொருள்களின் விகிதம் விரவல் முறையால் மாறுகிறது. அதாவது இரு உப்புக்கரைசலாலான ஒரு கலவை நீரோடு விரவினுல், உப்புக் கரைசல்களின் ஒப்புச் செறிவு (relative concentration) மாறும்.

(5) படிக அமைப்புப் பொருள்கள் (crystalloids) கூழ்களை (colloids) விட விரைந்து விரவும்.

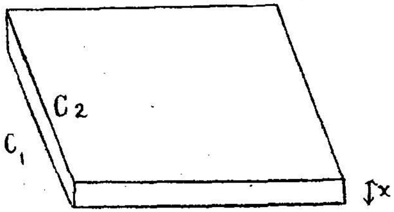
ஃபிக் விரவல் விதி (Fick's law of diffusion)

ஃபிக் என்பார் 1855 ஆம் ஆண்டில் திரவங்களின் விரவல் விதியினைக் கண்டறிந்தார். ஃபூரியரின் (Fourier's) வெப்பக் கடத்தல் விதியினை அடிப்படையாகக் கொண்டு அவர் இவ் விதியினைக் கண்டார். அவ் விதியானது,

'ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் கரைபொருளொன்றின் விரவல் வீதமானது அத் திசையில் கரைபொருளின் செறிவு வாட்டத்திற்கு நேர் விகிதத்திலிருக்கிறது.'

ஓரலகு குறுக்குவெட்டுப் பரப்புள்ளதும் 'x' தொலைவிலுள்ளது மான இரு சமதளங்களுக்குச் செங்குத்துத் திசையில் திரவ விரவல் நடைபெறுவதாகக் கொள்வோம். ஒரு தளத்தில் திரவத்தின் செறிவு C_1 என்றும் மற்றதில் C_2 என்றும் கொண்டிடின், ஒரு விளுடியில் இத் தளங்

களிடையே விரவும் கரைபொருளின் அளவு (Q) ஃபிக்கின் விதிப்படி செறிவு வாட்டத்திற்கு நேர் விகிதத்திலிருக்கும்.



படம் 73

அதாவது, $$Q \propto \frac{C_1 - C_2}{x}$$

$$Q = k\frac{C_1 - C_2}{x}$$

இதில் k என்பது மாறிலியாகும். இது கரைபொருளின் தன்மை, செறிவு, வெப்பநிலை ஆகியவற்றைப் பொறுத்தது. இம் மாறிலி k திரவத்தின் விரவல் எண் (coefficient of diffusion) எனப்படும்.

மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் $C_1 - C_2 = 1$ கிராம்/க.செ.மீ. $x = 1$ செ.மீ. என்றால் $k = Q$. எனவே, விரவல் எண்ணைப் பின்வருமாறு வரையறுக்கலாம்.

'ஒரு சதுர சென்டி மீட்டர் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்புடைய ஒரு கரைசலில் ஒரு சென்டி மீட்டருக்கு ஒரு கிராம்/க.செ.மீ. செறிவு வாட்டம் இருக்கும்போது ஒரு நொடியில் அதனூடே விரவும் கரைபொருளின் அளவு அப்பொருளின் விரவல் எண்' எனப்படும்.

திரவ விரவலுக்கும் வெப்பக் கடத்தலுக்கும் உள்ள ஒப்புமை

1. ஒரு திடப்பொருளில் வெப்பம், வெப்பநிலை அதிகமுள்ள பகுதியிலிருந்து வெப்பநிலை குறைவான பகுதிக்குக் கடத்தப்படுகிறது. அது போன்றே, ஒரு கரைபொருள் கரைசலில் செறிவு அதிகமுள்ள பகுதியிலிருந்து செறிவு குறைந்த பகுதிக்கு விரவிச் செல்கிறது.

2. திடப்பொருளில் வெப்பக் கடத்தல், வெப்பம் கடத்தப்படும் திசைக்கு செங்குத்துத் திசையில் வெப்பங்கடத்தும் பரப்பிற்கு நேர் விகிதத்திலிருக்கிறது. அவ்வாறே, கரைசலில் ஒரு தளத்தின் செங்குத்துத் திசையில் திரவத்தின் விரவல் வீதமானது திரவம் விரவும் பரப்பிற்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கிறது.

3. ஒரு திடப்பொருளில் ஓரலகு பரப்பில் வெப்பக் கடத்தல் வீதம் அப் பரப்பிலேற்படும் வெப்பநிலை வாட்டத்திற்கு நேர்விகிதத்திலிருக்

கிறது. அது போன்றே, ஓரலகு பரப்பில் அதற்கு செங்குத்துத் திசையில் ஒரு வினாடியில் விரவும் கரைபொருளின் அளவு அப் பரப்பிலேற்படும் செறிவுநிலை வாட்டத்திற்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கும்.

4. ஒரு திடப்பொருளில் ஒரு வினாடியில் கடத்தப்படும் வெப்ப அளவை $Q = k \cdot A \cdot \left(\frac{d\theta}{dx}\right)$ என்ற சமன்பாட்டால் அறியலாம். இதில் Q என்பது ஒரு வினாடியில் கடத்தப்படும் வெப்ப அளவு; k என்பது திடப்பொருளின் வெப்பங் கடத்துதிறன்; A என்பது வெப்பங் கடத்தும் பகுதியின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு; $\frac{d\theta}{dx}$ என்பது வெப்பநிலை வாட்டமாகும்.

ஒரு கரைபொருள் ஒரு கரைசலில் விரவுவதை விளக்கும் சமன் பாட்டை $Q = k \cdot A. \frac{dc}{dx}$ எனக் கொள்ளலாம். இதில் Q—ஒரு வினாடியில் விரவும் கரைபொருளின் அளவு; k—விரவல் திறன் அல்லது விரவல் எண்; A—கரைசலிலுள்ள ஒரு சமதளத்தின் பரப்பு; $\frac{dc}{dx}$—செறிவு வாட்டமாகும்.

திடப்பொருளில் வெப்பக் கடத்தலுக்கும் திரவத்தின் விரவலுக்கும் உள்ள இந்த ஒப்புமைகளால் ஒரு முறைக்குப் பொருந்தும் எந்தவொரு முடிபும் மற்றதற்கும் பொருந்தும் என்பது தெரியவருகிறது.

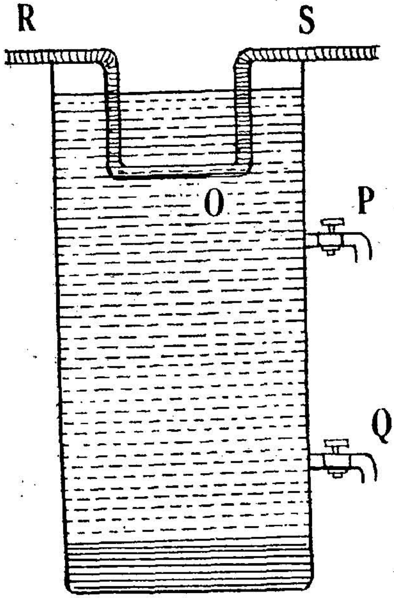
விரவல் எண்ணைக் காணல்

திரவ விரவல் எண்ணைக் காணப் பல சோதனைகள் உள்ளன. அவற்றில் பெரும்பாலானவற்றில் செய்முறைச் சிக்கல்கள் பலவிருக்கின்றன. எனினும், அச் சோதனைகளுள் லாங் (Long) என்பார் விரவல் எண்ணைக் காண வகுத்த முறையினை இங்குக் காண்போம்.

லாங் முறை (Long's method)

P, Q என்ற இரு குழாய்கள் பொருத்தப்பட்ட ஒரு நீண்ட சாடியின் அடிப்பகுதியில் செறிவுள்ள உப்புக் கரைசலும் அதன் மேல் கரைமமும் நிரப்பப்பட்டிருக்கிறது. படத்தில் காட்டியபடி வளைக்கப்பட்ட கண்ணாடிக் குழாயின் (RS) O என்ற இடத்திலுள்ள வாயிலானது கரைமத்துள் P-யின் தளத்திலிருந்து சுமார் 5 செ.மீ. உயரத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. தூய கரைமமானது RS வழியே சீரான வேகத்தில் செல்லுமாறு செலுத்தப்படுகிறது. இக் கரைமம் O என்ற இடத்திற்கு

விரவல் முறையால் வரும் கரைபொருளுடன் சேர்ந்து S வழியாக வெளியேறுகிறது. திரவ விரவல் சீரடைந்ததும் ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் (t) கரைமத்தால் வெளியேற்றப்பட்ட உப்பின் நிறையைக் கண்டால் அது மாறிலியாகும். அவ்வுப்பின் நிறையை (m), S வழியாக வெளியேறும் கரைசலிலிருந்து அறியலாம்.



படம் 74

இவ்வாறு திரவ விரவல் சீரான பின் P, Q ஆகிய குழாய்களின் வழியாகச் சிறிதளவு கரைசலானது எடுக்கப்பட்டு அவற்றின் செறிவு கணக்கிடப்படுகிறது. P, Q ஆகியவை உள்ள தளங்களில் கரைசலின் செறிவு C_1, C_2 என்று கொள்ளலாம். P, Q-விற்கிடையே உள்ள தொலைவு x அளக்கப்படுகிறது. O-விலுள்ள வாயிலின் பரப்பு A பின் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$m = k \cdot A \cdot \frac{C_1 - C_2}{x} \cdot t$$

என்ற சமன்பாட்டில் m, A, C_1, C_2, x, t ஆகியவற்றிற்கு மாற்றீடு செய்ய விரவல் எண் 'k' கிடைக்கும்.

இச் சோதனையில் கணக்கிடப்படும் செறிவுகள் C_1, C_2 ஆகியவை மாறிலியாகவிருக்கும் நிலையை ஒருபோதும் அடைய முடியாது. ஏனெனின், விரவல் முறையால் மேற்செல்லும் எல்லா உப்பும் வாயிலின் சிறிய பரப்பால் RS வழியாகச் செல்லும் கரைபொருளுடன் சேர்ந்து வெளியேற்றப்படுவதில்லை. வாயிலானது அகலமாக்கப்படின் RS வழியே செல்லும் கரைபொருள் O-விற்கருகில் கரைசலின் ஓட்டத்தை விளைவிக்கும். அதோடன்றி, P, Q வழியே கரைசல் எடுக்கப்படும் போதும் அப்பகுதிகளில் கரைசலின் ஓட்டமிருக்கும். ஃபிக் திரவ விரவல் விதியானது சீரான, நிலையான திரவத்திற்கே பொருந்தும். எனவே, இம் முறையால் விரவல் எண்ணைத் துல்லியமாகக் கணக்கிடவியலாது.

விரவல் நேரமும் தம்ப நீளமும்

ஒவ்வொன்றும் பரப்பு 'A' உள்ள கரைசலின் இரு அடுக்குகள் dx தொலைவிலும் அவற்றின் செறிவு வேறுபாடு dc எனவும் கொள்வோம்.

அவ்விரு அடுக்குகளையும் dt வினாடியில் கடக்கும் கரைபொருளின் நிறையை dm எனக் கொண்டிடின்,

$$dm = k \cdot A \cdot \frac{dc}{dx} \cdot dt$$

அல்லது $$\frac{dm}{dt} = k \cdot A \cdot \frac{dc}{dx} \qquad (1)$$

இரு அடுக்குகளுக்குமுள்ள சராசரி தனிச் செறிவு (average absolute concentration) 'c' எனக் கொள்ளவும். கரைபொருள் அவ்விரு அடுக்குகளைக் கடக்கும் வேகம் 'v' எனின், dt வினாடியில் அவ்வாறு கடக்கும் கரைபொருளின் நிறையை

$dm = A \cdot vdt \cdot c$ எனக் கொள்ளலாம்.

அல்லது $$\frac{dm}{dt} = A \cdot v \cdot c \qquad (2)$$

சமன்பாடுகள் (1), (2)-லிருந்து

$$A \cdot v \cdot c = k \cdot A \cdot \frac{dc}{dx}$$

$$\therefore \quad v = \frac{k}{c} \cdot \frac{dc}{dx}$$

சராசரி தனிச் செறிவு 'c' மாறிலியாயின்,

$$v \propto \frac{dc}{dx} \qquad (3)$$

செறிவு வாட்டமும் கரைசலின் தம்ப நீளமும் எதிர் விகிதத்தி லிருப்பதால்,

$$\frac{dc}{dx} \propto \frac{1}{l}$$

எனவே, $$v \propto \frac{1}{l} \qquad [(3)\text{-ன் படி}]$$

ஒரே கரைசலின் இரு தனித் திரவத் தம்பங்களின் நீளங்கள் l_1, l_2 என்றும் அவற்றின் சராசரிச் செறிவு சமமாகவிருப்பதாகவும் கொள்வோம்.

கரைபொருள் அத் தம்பங்களில் செல்லும் திசை வேகத்தை v_1, v_2 எனவும் அதைக் கடக்க எடுத்துக்கொள்ளும் நேரத்தை முறையே t_1, t_2 எனவும் கொண்டிடின்,

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1}$$

$$t_2 = \frac{l_2}{v_2}$$

எனவே, $$\frac{t_1}{t_2} = \frac{l_1 \cdot v_2}{l_2 \cdot v_1}$$

ஆனால் $$\frac{v_2}{v_1} = \frac{l_1}{l_2} \qquad \left[\because v \propto \frac{1}{l}\right]$$

$$\therefore \frac{t_1}{t_2} = \frac{l_1^2}{l_2^2}$$

அல்லது, $$t \propto l^2$$

அதாவது, கரைசலொன்றின் செறிவு ஒரு மதிப்பிலிருந்து மற்றோர் மதிப்பிற்கு மாற எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் அதன் தம்ப நீளத்தின் இருமடிக்கு நேர் விகிதத்திலிருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, 50 செ.மீ. நீளமுள்ள கரைசலின் தம்பமானது சீரான அடர்த்தியை அடைய 10 மணிகள் எடுத்துக்கொண்டால், 1 செ.மீ. நீளமுள்ள தம்பம் சீரான அடர்த்தியை அடைய $\frac{10}{50^2}$ மணி $\left(= \frac{10}{2500} \text{ மணி} \simeq 14 \text{ விநாடிகள்} \right)$ எடுத்துக்கொள்ளும்.

வினாக்கள்

1. ஃபிக் விரவல் விதிகளைக் கூறி அவற்றை விளக்குக.
2. விரவல் எண்ணைத் துல்லியமாகக் காணும் முறையொன்றை விவரிக்கவும்.
3. திரவ விரவலுக்கும் வெப்பக் கடத்தலுக்குமுள்ள ஒப்புமையை விளக்குக.
4. கிரகாம் சோதனைபற்றி குறிப்பொன்று வரைக.

6. சவ்வூடு பரவல்
(Osmosis)

1748ஆம் ஆண்டில் ஆபே நாலெட் (Abbe Nollet) என்பார், பன்றியின் சவ்வுப் பையொன்று ஆல்கஹாலால் நிரப்பப்பட்டு, நீரினுள் அமிழ்த்தப்பட்டால் நீர் அப் பையில் புகுந்து அதனைப் பெரிதாக்கி, வெடித்துவிடும் நிலையைக்கூட விளைவிப்பதனை முதன்முதலாகக் கண்டார். ஆனால், அச் சவ்வுப்பையில் நீரை நிரப்பி, ஆல்கஹாலினுள் அமிழ்த்தினால் நீர் பையிலிருந்து வெளியேறுவதால் அது சுருங்குகிறது. இதனால் பையின் சவ்வானது நீரை இருபுறமும் செல்லவிடுவதையும், ஆனால் ஆல்கஹாலைச் செல்ல விடாததையும் காண்கிறோம். பன்றியின் சவ்வுப் பையின் இத் தனித்தன்மையை 1830ஆம் ஆண்டில் கிரகாம் (Graham) என்பார் பயன்படுத்தி, படிக அமைப்புப் பொருள்களைக் கூழ்களிலிருந்து பிரித்தெடுத்தார். இவ்வாறு பிரித்தெடுக்கும் முறையே சவ்வூடு பகுப்பு (dialysis) எனப்படுகிறது.

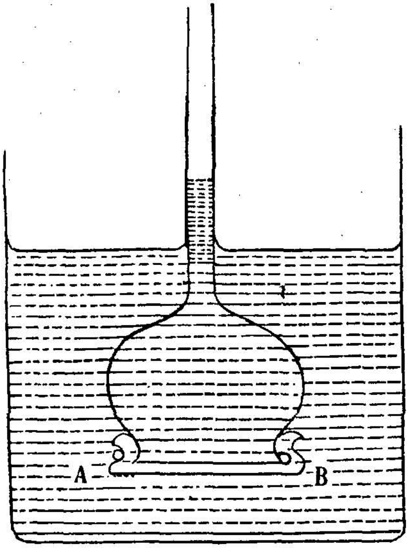
மேலும் ஒரு காய்ந்த பழத்தை நீரில் வைத்திருந்தால் நீர் பழத்தினுட்புகுந்து அது காயாத பழம்போல் தோன்றுகிறது. இங்கு நீர் பழத்தோலின் வழியாகப் பழத்தினுள் புகுகிறது. ஆனால், பழச்சாறு தோலின் வழியாக வெளியே வர அனுமதிக்கப்படுவதில்லை. பழத்தோல் சவ்வினைப் போல் அமைந்திருப்பதை இதிலிருந்து அறிகிறோம். ஏன், நம்முடைய கை விரல்களைச் சிறிது நேரத்திற்கு சோப்பு நீரில் வைத்திருந்து எடுத்தால், விரல்களின் தோல் சற்றுச் சுருங்கியிருப்பதைக் காணலாம் ; விரல்களின் உட்பகுதியிலுள்ள நீர் தோல் வழியாக வெளியேறுவதால் அவ்வாறு சுருங்குகிறது. சோப்பு நீர் தோல் வழியே உட்செல்ல அனுமதிக்கப்படுவதில்லை.

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளால், சவ்வானது சில திரவங்களை மட்டும் ஒரு வழிச் செல்ல அனுமதிப்பதைக் காண்கிறோம். இத்தகைய சவ்வுகளே 'ஒருவழிச் சவ்வுகள்' (semi-permeable membrane) எனப்படுகின்றன. கரைமமொன்று ஒருவழிச் சவ்வு வழியே செல்வது 'சவ்வூடு பரவல்' எனப்படுகிறது.

சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் (Osmotic pressure)

ஒரு திசில் பெய்குழலின் (thistle funnel) வாய்ப் பகுதியை (AB) ஒரு மெல்லிய ஆட்டுத்தோலால் மூடி, அதனுள் சர்க்கரை நீரை ஒரு குறிப்பிட்ட உயரம் வரை நிரப்பவும்.

இப் பெய்குழலை நீருள்ள அகன்ற பாத்திரத்தில் செங்குத்தாக வைக்கவும். முதலில் குழாயினுள் உள்ள கரைசலின் (சர்க்கரை நீர்) மட்டமும், பாத்திரத்திலுள்ள நீரின் மட்டமும் ஒன்றாக இருக்கும்படி செய்யவும். சற்று நேரத்தில் பாத்திரத்திலுள்ள நீர் ஒரு வழிச் சவ்வின் வழியே விரவி குழாயினுட் செல்கிறது. சவ்வானது கரைசலை அதன் வழியாகச் செல்லவிடாதாகையால் குழாயினுள் உள்ள கரைசலின் மட்டம் உயருகிறது. எனவே, கரைசலின் பக்கமுள்ள அழுத்தம் சவ்வின் கரைமப் பக்கமுள்ள அழுத்தத்தைவிட அதிகமாகிறது. இம்மிகுதி அழுத்தம் கரைமத்தின் விரவலை முற்றும் தடுக்கும்வரை, அதிகமாகிப் பின் நின்றுவிடுகிறது. அதாவது 'கரைமம் கரைசலுள் மேலும் விரவாதிருக்கும்போது சவ்வின் கரைமப் பக்கமுள்ள அழுத்தத்தைவிட கரைசலின் பக்கமுள்ள அழுத்த மிகுதி அக்கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம்' எனப்படும்.



படம் 75

சவ்வூடு பரவலின் விளக்கம்

ஒரு கரைபொருள் கரைமத்தில் கரைக்கப்படும்போது அதன் கரைசல் கிடைக்கிறது. இதில் கரைபொருளின் ஒவ்வொரு மூலக்கூறும் கரைமத்தின் மூலக்கூறுகளுடன் ஒட்டிக்கொள்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக சர்க்கரை, நீரில் கரைக்கப்பட்டால் அக்கரைசலில் சர்க்கரையின் ஒவ்வொரு மூலக்கூறும் நீரின் ஒரு மூலக்கூறுடன் ஒட்டிக்கொள்கிறது. இதனால் சர்க்கரை நீரில், நீரின் மூலக்கூறுகளுடைய இயங்கும் தன்மை குறைந்து அதன் திசைவேகம் குறைகிறது. எனவே, சவ்வில் கரைசலிலுள்ள பக்கத்தில் நீரின் மூலக்கூறு மிகக் குறைந்த திசை

வேகத்துடன் மோதுகிறது. அது சர்க்கரையின் மூலக்கூறுடன் ஒட்டியிருப்பதாலும், குறைந்த திசைவேகத்துடன் சவ்வின்மீது மோதுவதாலும் சவ்வின் வழியாகச் செல்ல முடிவதில்லை. சவ்வின் மறு பக்கத்திலோ, நீரின் மூலக்கூறுகளெல்லாம் மோதுகின்றன. சர்க்கரை நீருள்ள பகுதியில் நீரின் மூலக்கூறுகளோடு ஒட்டியுள்ள சர்க்கரையின் மூலக்கூறுகளும், மிகக் குறைந்த அளவில் நீரின் மூலக்கூறுகளும் மோதுகின்றன. சவ்வின் மறுபுறத்திலோ, மோதும் எல்லா மூலக்கூறுகளுமே நீரின் மூலக்கூறுகளாகும். எனவே, சவ்வின் சர்க்கரை நீருள்ள பக்கத்தில் மிகக் குறைந்த அளவு நீரின் மூலக்கூறுகள் மோதுவதாலும் மறுபுறத்தில் நீரின் எல்லா மூலக்கூறுகளும் மோதுவதாலும், உட்புற அழுத்தம் வெளிப்புற அழுத்தத்தைவிடக் குறைவாகிறது. எனவே, வெளிப்புறமிருந்து மேலும் பல நீரின் மூலக்கூறுகள் சவ்வின் வழியாக உள்ளே பரவுகின்றன. இதனால்தான் சர்க்கரை நீரின் (கரைசல்) மட்டம் உயருகிறது. சவ்வின் இருபுறமும் மோதும் நீரின் மூலக்கூறுகள் சமனாகும்வரை இது நடைபெறும். அதன்பின், சவ்வின் உட்புறமுள்ள கரைசலின் மட்டத்திற்கும் வெளிப்புறமுள்ள நீரின் மட்டத்திற்கும் உள்ள வேறுபாட்டால் ஏற்படும் அழுத்தமே கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தமாகும்.

மேற்கண்ட விளக்கத்தால், ஒரு கரைசலின் செறிவு அதிகமாயின் கரைபொருளோடு ஒட்டிக்கொள்ளும் கரைமத்தின் மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கையும் அதிகமாகிறது. எனவே, சவ்வில் உட்புறமிருந்து மோதும் கரைமத்தின் மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை குறைகிறது. இதனால் அதிகக் கரைம மூலக்கூறுகள் சவ்வின் வெளிப்புறத்திலிருந்து உட்புறம் சவ்வின் வழியாகப் பரவி வருகின்றன. அதனால் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தமும் அதிகமாகிறது. எனவே, வெப்பநிலை மாறாது கரைசலின் செறிவும் மாறாதிருந்தால் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தமும் மாறாதிருக்கிறது.

சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தை அளவிடல்

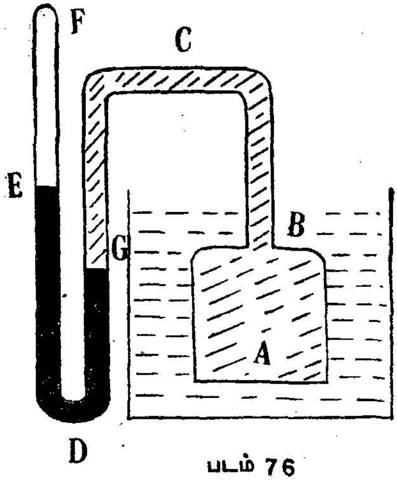
சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தைச் செவ்வனே அளவிட மேலே கண்ட பெய்குழல் முறையைப் பயன்படுத்த வியலாது. ஏனெனில், இதில் பயன்படும் சவ்வு மிகச் சிறந்த ஒருவழிச் சவ்வு அன்று. அதில் ஓரளவு கரைசல் மூலக்கூறுகளும் பரவி வெளிப்புறம் செல்கின்றன. மேலும் அளவிடப்படும் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் சோதனையின் இறுதியிலுள்ள கரைசலின் செறிவிற்குத்தான் பொருந்துமேயன்றி தொடக்கத்திலுள்ள கரைசலின் செறிவிற்கன்று.

பெஃப்ஃபர் முறை (Pfeffer's method)

இம்முறையில் காப்பர் ஃபெர்ரோ-சயனைடு வீழ்படிவு (precipitate of copper ferro-cyanide) ஒரு மிகச் சிறந்த ஒருவழிச் சவ்வாகப்

பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒரு நுண்துளைப் பாண்டத்தில் காப்பர் சல்பேட்டுக் கரைசலை நிரப்பி, அதைப் பொட்டாசியம் ஃபெர்ரோ சயனைடு கரைசலில் அமிழ்த்தி, சில மணி நேரங்கள் வைத்திருப்பின், அவ்விரு கரைசல்களும் நுண்துளை வழியாக விரவும்போது அதனுள் அவற்றின் வீழ்படிவாகக் காப்பர் பெர்ரோ சயனைடு உண்டாகிறது. பின் அந் நுண் துளைப் பாண்டத்தை வெளியே எடுத்துக் கழுவவேண்டும். இங்ஙனம் நுண்துளைகளுக்குள் காப்பர் ஃபெர்ரோ சயனைடு வீழ்படிவுள்ள அந் நுண்துளைப் பாண்டம் மிகச் சிறந்ததொரு ஒருவழிச் சவ்வாகிறது.

சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் காணவேண்டிய கரைசலால் இந் நுண்துளைப் பாண்டம் (A) நிரப்பப்படவேண்டும். அதை ஒரு துளையுள்ள தக்கை (B)யால் மூடி, அதனூடே செல்லும் C என்ற கண்ணாடிக் குழாய் ஒரு முனை மூடப்பட்ட $GDEF$ என்ற அழுத்தமானியுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. அழுத்தம் வளி அழுத்தமாக இருக்கும்போது, அழுத்தமானியில் F, G-க்கிடையே உள்ள பாதரசத்தின் உயரமும் EF-ல் உள்ள காற்றின் பருமனும் தெரிந்திருக்கவேண்டும். கரைசலால் நிரப்பப்பட்ட நுண்துளைப் பாண்டத்தை நீரில் வைத்திருக்க, சவ்வூடு பரவலால் F, G-க்கிடையே உள்ள பாதரசத்தின் உயரமும் EF-ல் காற்றின் பருமனும் மாறும். இவ்விரு அளவீடுகளாலும் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தைக் கணக்கிடலாம். இம்முறையில்தான் பெஃப்ஃபர் என்பார் கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தைக் கணக்கிட்டார்.



படம் 76

இம்முறையிலுள்ள இரு குறைபாடுகளாவன :

(1) சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் சோதனையின் இறுதியில் உள்ள கரைசலின் செறிவிற்கு மட்டுமே பொருந்துகிறதன்றி, தொடக்கத்திலுள்ள கரைசலின் செறிவிற்கன்று.

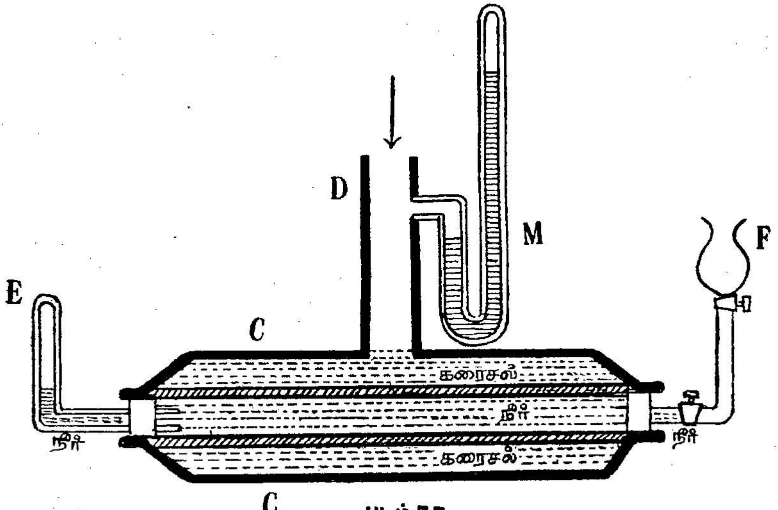
(2) சோதனையின் இறுதியில் கரைசலின் எல்லாப் பகுதிகளும் ஒரே சீரான செறிவுள்ளதாக இருப்பதில்லை.

பெர்க்லி-ஹார்ட்லி முறை (Berkley and Hartley method)

சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தை மேற்கண்ட முறையிலுள்ள குறைபாடுகளின்றி மிக நுட்பமாகக் கணக்கிடும் முறையே பெர்க்லி-ஹார்ட்லி

முறையாகும். கரைமம் ஒருவழிச் சவ்வின் வழியாகக் கரைசலுள் புகா திருக்கத் தேவைப்படும் புற அழுத்தம் அக்கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் என்பதே இம் முறையின் தத்துவமாகும். இம் முறையில் கரைசலின் செறிவும் மாருதிருக்கிறது.

நுண்துளைகளுள் காப்பர் ஃபெர்ரோ சயனைடு வீழ்படிவு கொண்ட (AB) ஒரு நுண்துளைப் பாண்டம் ஒருவழிச் சவ்வாகப் பயன்படுத்தப் படுகிறது (படம் 77). இது உலோகத்தாலான நீள் உருளை வடிவப் பாத்திரம் C ஆல் சூழப்பட்டிருக்கிறது. அதோடு இணைக்கப்பட்ட



படம் 77

D என்ற குழாய் வழியே பாத்திரம் கரைசலால் நிரப்பப்பட்டிருக்கிறது. D-யுடன் ஒரு மூடிய முனையுள்ள அழுத்தமானி இணைக்கப்பட்டுள்ளது. நுண்துளைப் பாண்டம் AB-யின் இரு முனைகளும் ஒரு துளையுள்ள ரப்பர் மூடிகளால் மூடப்பட்டுள்ளன. அவற்றுள் ஒன்றில் ஒரு நுண் புழைக் குழாய் E-யும் மற்றதில் திசில் பெய்குழல் F-ன் ஒரு முனையும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. பெய்குழல் வழியே நுண்துளைப் பாண்டம் நீரால் நிரப்பப்படுகிறது. பின் D, ஒரு காற்றழுத்தும் பம்புடன் (compression pump) இணைக்கப்படுகிறது. நுண்புழைக் குழாய் E-ல் நீர்மட்டம் மாருதிருக்க, பம்பின் உதவியால் ஒரு குறிப்பிட்ட அழுத்தத்தைத் தோற்றுவிக்க வேண்டும். அவ்வாறு செய்தால், நுண் துளைப் பாண்டத்திலுள்ள நீர் அதன் வெளிப்புறத்திலுள்ள கரைசலி னுள் பரவாதிருக்கச் செய்கிறது. இவ்வாறிருக்கத் தோற்றுவிக்கப்படும்

அழுத்தமே கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தமாகும். இவ்வழுத்தத்தை மூடிய முனையுள்ள அழுத்தமானியால் அளவிடலாம்.

சவ்வூடு பரவுகை அழுத்த விதிகள்

1877ஆம் ஆண்டில் பெஃப்ஃபர் என்பார் மின்பகாப் பொருள்களின் (non-electrolytes) செறிவு குறைந்த கரைசல்களுக்கான சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தங்களைக் கண்டறிந்தார். அவற்றினின்று மின்பகாப் பொருள்களின் செறிவு குறைந்த கரைசல்களுக்கு அவர் கண்ட சவ்வூடு பரவுகை அழுத்த விதிகளாவன :

(1) வெப்பநிலை மாறாதிருக்கும்போது செறிவு குறைந்த கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம், அதன் கரைபொருள் செறிவிற்கு நேர் விகிதத்திலிருக்கிறது.

(2) கரைசலின் செறிவு மாறாதிருக்கும்போது, அதன் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம், அதன் சார்பிலா வெப்பநிலைக்கு (absolute temperature) நேர்விகிதத்திலிருக்கிறது.

(3) ஒரே கரைமத்தாலான ஒரே வெப்பநிலையிலுள்ள பல மின் பகாப் பொருள் கரைசல்களின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் ஒன்றே யானால், ஒரே பருமனுள்ள அவை ஒவ்வொன்றிலும் கரைபொருள் கிராம் மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை ஒன்றேயாகும்.

நீர்த்த கரைசலுக்கும் வாயுவிற்கும் உள்ள ஒற்றுமை

வேன்ட் ஹாஃப் (Vant Hoff) என்பார் முதன் முதலாக, சவ்வூடு பரவல் விதிகளுக்கும் வாயு விதிகளுக்கும் உள்ள ஒற்றுமையைக் கண்டறிந்தார். அவையாவன :

(i) சவ்வூடு பரவுகை அழுத்த முதல் விதியின்படி, வெப்பநிலை மாறாதிருக்கும்போது, சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் கரைசலின் செறிவிற்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கிறது. சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் p எனவும், கரைசலின் செறிவு c எனவும் கொண்டிடின்,

வெப்பநிலை மாறாதிருக்கும்போது, $p \propto c$

'm' கிராமுள்ள கரைபொருள் V க.செ.மீ. பரும அளவுள்ள கரைமத்தில் கரைக்கப்படின், செறிவு $c = \frac{m}{V}$. அதாவது, ஒரு குறிப்பிட்ட நிறையுள்ள கரைபொருளுக்குக் கரைசலின் செறிவு அதன் பரும அளவிற்கு எதிர் விகிதத்திலிருக்கிறது. அதுவே,

$$c \propto \frac{1}{V}$$

எனவே, $p \propto \frac{1}{V}$ (வெப்பநிலை மாறாதிருக்கும்போது)

அல்லது $pV =$ மாறிலி.

இது பாயில் விதியை (Boyle's law) ஒத்திருக்கிறது.

(ii) சவ்வூடு பரவுகை அழுத்த இரண்டாவது விதியின்படி, செறிவு மாறாதிருக்கும்போது (அதாவது, கரைமத்தின் பரும அளவு மாறாதிருக்கும்போது) சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் கரைசலின் சார்பிலா வெப்ப நிலைக்கு நேர்விகிதத்திலிருக்கும்.

அதுவே, $p \propto T$ [பரும அளவு (V) மாறாதிருக்கும்போது]
இது சார்லஸ் விதியை (Charles' law) ஒத்திருக்கிறது.

(iii) முதலிரண்டு விதிகளையும் சேர்த்து,

$$p \propto \frac{T}{V}$$

அல்லது $pV \propto T$

$$pV = RT$$

R என்பது மாறிலியாகும்.

இது வாயு சமன்பாட்டை (Gas equation) ஒத்திருக்கிறது. ஒரு கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் (p), ஒரு கிராம்–மூலக்கூறுள்ள கரைபொருள் கரைத்த கரைசலின் பரும அளவு (V), கரைசலின் சார்பிலா வெப்பநிலை (T) ஆகியவற்றிலிருந்து R-ன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம். இதுவும் வாயு மாறிலி Rஐ ஒத்திருக்கிறது.

(iv) ஒரே வெப்பநிலையிலுள்ள ஒரே கரைமத்தாலான பல மின் பகாப்பொருள் கரைசல்களின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் ஒன்றேயானால், ஒரே பருமனுள்ள அவை ஒவ்வொன்றிலும் கரைபொருள் கிராம்–மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை ஒன்றேயாகும்.

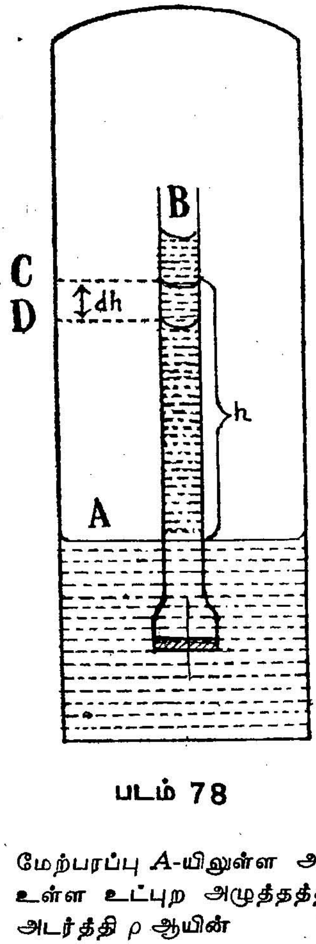
இது அவகேட்ரோ விதியை (Avogadro's law) ஒத்திருக்கிறது.

நீர்த்த கரைசலுக்கும் வாயுவிற்குமுள்ள இந்த ஒற்றுமையால், வேன்ட் ஹாஃப், சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தைக் கீழ்க்கண்ட முறையில் வரையறுத்தார் :

'ஒரு நீர்த்த கரைசலிலுள்ள கரைபொருள், வாயு நிலையில் கரைசலின் பரும அளவுள்ளதாக இருப்பின், அவ் வாயுவின் அழுத்தமே கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தமாகும்.'

கரைசலின் ஆவி அழுத்தமும் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தமும்

செங்குத்தாக வைக்கப்பட்ட ஒரு நீண்ட கண்ணுடிக் குழாயின் ஒரு முனையை ஒருவழிச் சவ்வால் மூடி, அதனுள் கரைசலை நிரப்பி, மூடப்பட்ட பகுதியானது கரைமமுள்ள மற்றொரு பாத்திரத்தில் மூழ்கியிருக்குமாறு வைக்கப்பட்டிருப்பதாகக் கொள்வோம். இவ்வமைப்பு ஒரு பெரிய கண்ணுடி சாடியால் மூடப்பட்டு அதனுட்புறம் வெறுமையாக்கப்படுவதாகவும் கொள்வோம். சவ்வூடு பரவல் நிகழ்வதால் கரைசலின் மட்டம் உயருகிறது. சமநிலையில், பாத்திரத்திலுள்ள கரைமத்தின் மட்டத்தைவிட குழாயிலுள்ள கரைசலின் மட்டம் 'h' உயரத்திலிருப்பதாகக் கொள்வோம். கரைமத்தின் மட்டத்தை A எனவும் கரைசலின் மட்டத்தை B எனவும் (படம் 78) கொள்வோம். B-யில் ஆவியானது கரைசலோடும் A-யில் கரைமத்தோடும் சமநிலையிலிருக்கிறது. A-யில் ஆவியழுத்தம் p_1 எனவும், B-யில் ஆவியழுத்தம் p_2 எனவும், கரைம ஆவியின் சீரான அடர்த்தி 'σ' எனவும் கொள்வோம். B-யில் உள்ள ஆவியழுத்தத்தைவிட A-யில் (கரைமத்தின்) ஆவியழுத்தம் மிகுதியாகும்.



படம் 78

எனவே, $$p_1 = p_2 + h\sigma g$$

அல்லது, $$p_1 - p_2 = h\sigma g \qquad (1)$$

சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் ஒருவழிச் சவ்வின் இருபுறங்களிலுமுள்ள அழுத்த வேறுபாடாகும். அதாவது, கரைமத்தின் மேற்பரப்பு A-யிலுள்ள அழுத்தத்திற்கும் அதே மட்டத்தில் கரைசலில் உள்ள உட்புற அழுத்தத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடாகும். கரைசலின் அடர்த்தி ρ ஆயின்

சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் $$p = h\rho g - h\sigma g$$

அல்லது $$p = hg(\rho - \sigma) \qquad (2)$$

(1)ஐ (2) ஆல் வகுக்க,

$$\frac{p_1 - p_2}{p} = \frac{\sigma}{\rho - \sigma}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{p} = \frac{\sigma}{\rho} \qquad \text{(ρ-வை விட σ மிகச் சிறியதாகையால்)}$$

எனவே, $p_1 - p_2 = p \cdot \dfrac{\sigma}{\rho}$ (3)

இதிலிருந்து ஆவியழுத்தக் குறைவு $(p_1 - p_2)$ சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்திற்கு (p) நேர்விகிதத்திலிருப்பதை அறிகிறோம்.

இங்கு ஆவியழுத்தம் p_1 ஆகும்போது ஆவியின் அடர்த்தி σ எனக் கொண்டோம். இயல்பு நிலை வளி அழுத்தத்திற்கு (H) ஆவியின் அடர்த்தி σ_0 எனக் கொண்டால்,

$$\frac{p_1}{\sigma} = \frac{H}{\sigma_0}$$

அல்லது $$\sigma = \frac{p_1}{H} \cdot \sigma_0$$

இதை (3)-ல் மாற்றீடு செய்ய,

$$p_1 - p_2 = p \cdot \frac{p_1 \sigma_0}{H \rho}$$

அல்லது $$\frac{p_1 - p_2}{p_1} = \frac{p}{H} \cdot \frac{\sigma_0}{\rho} \qquad (4)$$

மேற்கண்ட சமன்பாடு, ஆவியழுத்தக் குறைவிற்கும் கரைமத்தின் ஆவியழுத்தத்திற்கும் உள்ள விகிதத்தைத் தருகிறது. 'h'-ன் அளவு குறைவாயிருந்தால் மட்டுமே இச் சமன்பாடு பொருந்தும். அதாவது, கரைசலின் செறிவு அல்லது கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் குறைவாயிருப்பின் மேற்கண்ட சமன்பாடு பொருந்தும்; அன்றி, அதிகமாயிருப்பின் p_1-க்கும் p_2-க்கும் உள்ள தொடர்பினைக் கீழ்க்கண்ட முறையில் காணலாம்.

'dh' தொலைவிலுள்ள C, D என்ற இரு ஆவி அடுக்குகளிடையே உள்ள ஆவியின் அடர்த்தி (σ) மாறிலி எனவும், அதிலுள்ள ஆவியழுத்தம் p எனவும் கொள்ளலாம். 'h' அதிகமாயின், ஆவி யழுத்தம் குறைகிறது என்பதை நினைவிற் கொள்ளவேண்டும். எனவே, இரு ஆவியடுக்குகளுக்கும் இடையேயுள்ள அழுத்த வேறுபாடு (dp) ஐ,

$$dp = -dh \cdot \sigma \cdot g \text{ எனலாம்.}$$

(எதிர்க்குறியானது, 'h' அதிகமாயின் அழுத்தம் குறைவதைக் காட்டுகிறது). மேலும், இயல்பு நிலை வளியழுத்தத்திற்கு (H) ஆவியின் அடர்த்தி σ_0 எனக் கொண்டிடின்,

$$\frac{H}{\sigma_0} = \frac{p}{\sigma}$$

அல்லது $$\sigma = \frac{p}{H}\sigma_0$$

$$\therefore \quad dp = -dh.\frac{p}{H}.\sigma_0.g$$

அல்லது $$\frac{dp}{p} = -dh.\,g.\frac{\sigma_0}{H}$$

இதை முழுமையாக்கின்,

$$\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{p} = \frac{-g.\sigma_0}{H}\int_0^h dh$$

அதாவது, $$\log_e\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = -\frac{g\sigma_0}{H}.h$$

$$\therefore \quad \log_e\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \frac{\sigma_0}{H}.(hg) \qquad (5)$$

ஆனல், சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம்

$$p = h\rho g$$

அல்லது $$hg = \frac{p}{\rho} \qquad (6)$$

(5), (6)-லிருந்து,

$$\log_e\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \frac{\sigma_0}{H}.\frac{p}{\rho}$$

அதையே, $$2{\cdot}303\,.\log_{10}\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \frac{p}{H}.\frac{\sigma_0}{\rho}$$

அதாவது $$(\log_{10}p_1 - \log_{10}p_2) = \frac{1}{2{\cdot}303}.\frac{p}{H}.\frac{\sigma_0}{\rho} \qquad (7)$$

இச் சமன்பாடு (7), கரைசலின் செறிவும் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தமும் அதிகமாயிருக்கும்போது பொருந்துவதாகும்.

ஒரு கிராம்-மூலக்கூறுள்ள கரைபொருள் ஒரு லிட்டர் நீரில் கரைக்கப்பட்டால், 0°C-ல் அக் கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தை $pv = RT$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து காணலாம்.

அதாவது, $$p = \frac{RT}{v}$$

$$= \frac{8{\cdot}31\times10^7\times273}{1000} \text{ டைன்கள்/ச.செ.மீ.}$$

$$= \frac{8 \cdot 314 \times 10^7 \times 273}{1000 \times 76 \times 13 \cdot 6 \times 980}$$ வளி அழுத்த அலகுகள் (atmospheres)

$= 22 \cdot 4$ வளி அழுத்த அலகுகள்.

இயல்பான வெப்பநிலை, அழுத்தத்தில் (N.T.P.) நீராவியின் அடர்த்தி $\sigma_0 = 0 \cdot 0008037$ கிராம்/க.செ.மீ. (சற்றேறத்தாழ)

$\rho = 1$ கிராம்/க.செ.மீ.

$H = 1$ வளி அழுத்த அலகு

$p = 22 \cdot 4$ வளி அழுத்த அலகுகள்

எனவே, இம்மதிப்புகளைச் சமன்பாடு (4)-ல் மாற்றீடு செய்ய,

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1} = \frac{22 \cdot 4}{1} \times \frac{0 \cdot 0008037}{1}$$

$$= 0 \cdot 018$$

$$= 1 \cdot 8\%$$

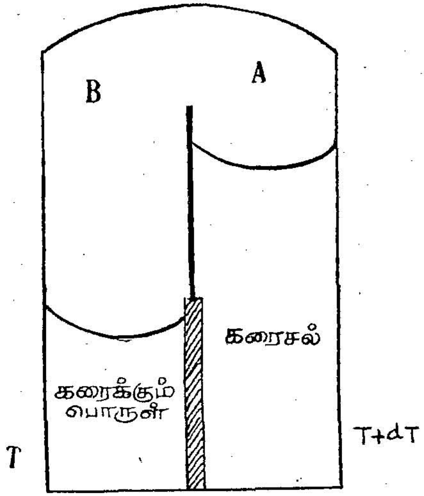
இது, ஒரு கிராம் மூலக்கூறுள்ள கரைபொருள் ஒரு லிட்டர் நீரில் கரைக்கப்படின் ஏற்படும் ஆவியழுத்த சதவீதக் குறைவைக் காட்டுகிறது.

கரைசல்களின் கொதிநிலை

ஒரு குறிப்பிட்ட வெப்பநிலையில், ஒரு திரவத்தின் தெவிட்டு நிலை ஆவியழுத்தம் புற அழுத்தத்திற்குச் சமனுகும்போது கொதிக்கிறது என்பதை நாமறிவோம். தூய்மையான நீர், இயல்பான வளியழுத்தத்தில் 100°C-ல் கொதிக்கிறது. எனவே, 100°C-ல் நீரின் தெவிட்டுநிலை ஆவியழுத்தம் 76 செ.மீ. பாதரசத் தம்பத்தின் அழுத்தமாகும். நீரில் உப்புக் கரைக்கப்படின், 100°C-ல் அக்கரைசலின் ஆவியழுத்தம் இயல்பான வளியழுத்தத்தைவிடக் குறைவாகிறது. அதாவது, அக் கரைசல் 100°C-ல் கொதிப்பதில்லை. எனவே, அக்கரைசலின் ஆவியழுத்தம் இயல்பான வளியழுத்தத்திற்குச் சமனுவதற்கு அதன் வெப்பநிலை 100°C-க்குமேல் உயர்த்தப்படல் வேண்டும். அந்நிலையில் தான் திரவமானது கொதிக்கிறது. அதனுல் கரைசலின் கொதிநிலை உயருகிறது. எனவே, ஒரு கரைமத்தில் கரைபொருளானது கரைக்கப் படின், அதன் கொதிநிலை உயருகிறது என்றறிகிறோம்.

இக் கொதிநிலை ஏற்றத்தை (elevation of boiling point) வெப்ப இயக்கவியல் முறையால் (thermodynamic method) காணலாம். கரைசலும் கரைமமும் ஒருவழிச் சவ்வால் பிரிக்கப்பட்டு, ஒரு மூடப்பட்ட பாத்திரத்திலிருப்பதாகக் கொள்வோம். படத்தில்

காட்டியபடி A, B என்பவை அப்பாத்திரத்தின் இரு பகுதிகளாகும். A-ல் கரைசல் அதன் கொதிநிலை $(T+dT)°$A-ம், B-ல் கரைமம் அதன் கொதிநிலை $T°$A-ம் உள்ளன. A, B-யின் மேற்பகுதி ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புடையதாகவும், அதில் கரைமத்தின் ஆவி ஒரே அழுத்தத்திலிருப்பதாகவும், கரைசலின் கொதிநிலையில் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் p எனவும் கொள்வோம்.



படம் 79

dv பருமஅளவுள்ள கரைமம் அப்பகுதியிலிருந்து கரைசல் பகுதிக்கு உறிஞ்சப்பட்டால் அல்லது வலிந்து தள்ளப்பட்டால் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்திற்கு எதிராக வேலை செய்யப்படுகிறது. அவ்வாறு செய்யப்படும் வேலை pdv ஆகும்.

இதற்கொப்பான வெப்ப அளவு $= \dfrac{pdv}{J}$

இங்கு J என்பது வெப்ப-எந்திர ஆற்றல் இணைமாற்று.

இவ்வாறு கரைசல் பகுதிக்குக் கொண்டுவரப்பட்ட கரைமம், கரைசலின் கொதிநிலை $(T+dT)°$A-ல் ஆவியாக்கப்படட்டும். கரைமத்தின் அடர்த்தி ρ என்றும் அது ஆவியாதலின் உள்ளுறை வெப்பம் (latent heat of vapourisation) $(L+dL)$ என்றும் கொண்டிடின், அது உட்கவர்ந்த வெப்பம் $Q_1=(\rho dv)\,(L+dL)$

இந்த ஆவியானது மேற்புறமாகக் கரைமப் பகுதிக்கு மாற்றப்படட்டும். கரைசல் பகுதியும் கரைமப் பகுதியும் ஒரே அழுத்தத்திலிருப்பதால், இம் மாற்றத்தால் வேலையேதும் செய்யப்படவில்லை.

பின், ஆவியானது அப்பகுதியில் கரைமமாகச் செறிவிக்கப்படட்டும். $T°$A-ல் கரைமத்தின் உள்ளுறை வெப்பம் 'L' எனக் கொண்டிடின்,

$$\text{வெளிவிடப்பட்ட வெப்பம் } Q_2 = \rho dv \,.\, L$$

இதில் ஒரு கார்னோ சுற்று (Carnot's cycle) முடிவுற்றதால்,

$$\frac{Q_1}{T_1}=\frac{Q_2}{T_2}=\frac{Q_1-Q_2}{T_1-T_2}$$

இம்முறையில், வெளிவிடப்பட்ட வெப்பத்தைவிட உட்கவரப்பட்ட வெப்பம் மிகுதியாகும். இவ் வெப்ப மிகுதியே, சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்திற்கு எதிராக வேலை செய்யப் பயன்படுத்தப்பட்டது. எனவே,

$$Q_1 - Q_2 = \frac{pdv}{J}$$

$$\therefore \quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{pdv}{J(T_1 - T_2)}$$

இங்கு,

$$Q_1 = (\rho \,.\, dv)\,(L + dL)$$
$$T_1 = (T + dT)$$
$$Q_2 = (\rho \,.\, dv)L$$
$$T_2 = T$$

எனவே,

$$\frac{(\rho \,.\, dv)\ (L + dL)}{(T + dT)} = \frac{(\rho \,.\, dv)L}{T} = \frac{p \,.\, dv}{J \,.\, dT}$$

இச்சமன்பாட்டில், கடைசி இரு பகுதிகளிலுமிருந்து,

$$\frac{\rho \,.\, L}{T} = \frac{P}{J \,.\, dT}$$

$$\therefore\ dT = \frac{P \,.\, T}{L\rho J} \qquad (1)$$

மூலக்கூறுக் கொதிநிலை ஏற்றம் (Molecular elevation of boiling point)

ஒரு கிராம் மூலக்கூறுள்ள, நீரில் பிரிகையற்ற (dissociation) கரைபொருள் ஒரு லிட்டர் நீரில் கரைக்கப்படின், கரைசலின் இயல்பு வெப்பநிலை (0°C)-ல் அதன் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் 22·4 வளி அழுத்த அலகுகள் என முன்பு கண்டோம். எனவே, 100°C-ல் அதன் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம்

$$p = 22{\cdot}4\left(\frac{273+100}{273}\right) \text{ வளி அழுத்த அலகுகள்}$$

$$= \frac{22{\cdot}4 \times 373}{273} \text{ வளி அழுத்த அலகுகள்}$$

$$= \frac{22{\cdot}4 \times 373 \times 76 \times 13{\cdot}6 \times 980}{273} \text{ டைன்கள்/ச.செ.மீ.}$$

இயல்பு கொதிநிலை

$$T = 373^\circ\text{A}$$

நீர் ஆவியாதலின் உள்ளுறை வெப்பம்

$L = 536$ கலோரிகள்/கிராம்

100°C-ல் அதன் அடர்த்தி

$\rho = 0{\cdot}9584$ கிராம்/க.செ.மீ.

$J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ எர்குகள்/கலோரி

இம் மதிப்புகளைச் சமன்பாடு (1)-ல் மாற்றீடு செய்ய,

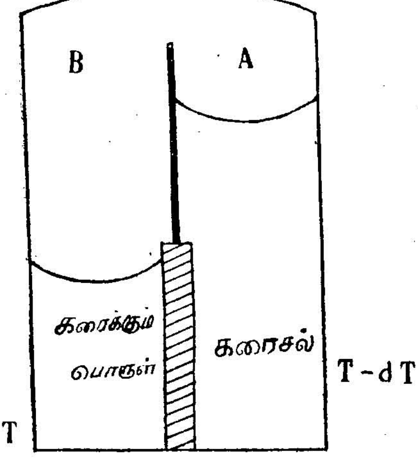
$$dT = \left[\frac{22{\cdot}4 \times 373 \times 76 \times 13{\cdot}6 \times 980}{273}\right] \times \frac{373}{536 \times 0{\cdot}9584 \times 4{\cdot}2 \times 10^7}$$

$$= 0{\cdot}534°C$$

ஒரு கிராம் மூலக்கூறுள்ள கரைபொருள் கொண்ட 100 க.செ.மீ. பரும அளவுள்ள கரைசலின் கொதிநிலை ஏற்றம் 5·34°C ஆகும். நீரில் பிரிகையற்ற எந்தக் கரைபொருளையும் கொண்ட கரைசலுக்கு இவ்வேற்றம் ஒன்றேயாகும்.

கரைசல்களின் உறைநிலை (Freezing point of solutions)

ஒரு கரைமத்தில் கரைபொருளொன்று கரைக்கப்படின், அக் கரைசலின் கொதிநிலை உயர்வதைப்பற்றி மேலே கண்டோம். அதோடன்றி, அக்கரைசலின் உறைநிலை குறைகிறது. எடுத்துக் காட்டாக, உப்பொன்று நீரில் கரைக்கப்படின், உப்பு நீரின் உறைநிலை குறைகிறது. இவ்வுறைநிலைக் குறைவை மேற்கண்ட வெப்ப இயக்கவியல் முறையாலேயே கணக்கிடலாம்.



படம் 80

படம் 80-ல் காட்டியபடி A, B என்பவை ஒரு மூடப்பட்ட பாத்திரத்தின் இரு பகுதிகள். அதனுள் ஒரு பகுதியில், அதாவது A-யில் கரைசலும், B-யில் கரைமமும் ஒருவழிச் சவ்வால் பிரிக்கப்பட்டு, வைக்கப்பட்டுள்ளது. A-யில் கரைசல் அதன் உறைநிலை $(T-dT)$°A-யிலும் B-யில் கரைமம் அதன் உறைநிலை T°A-லும் இருப்பதாகக் கொள்வோம். கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் p எனக் கொள்வோம்.

dv பரும அளவுள்ள கரைமம் அப்பகுதியிலிருந்து கரைசல் பகுதிக்கு வலிந்து தள்ளப்பட்டால், சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்திற்கு எதிராக வேலை செய்யப்படுகிறது.

$$\text{அவ்வாறு செய்யப்படும் வேலை} = pdv$$

$$\text{இதற்கொப்பான வெப்ப அளவு} = \frac{pdv}{J}$$

இவ்வாறு கரைசல் பகுதிக்குக் கொண்டுவரப்பட்ட கரைமம் $(T-dT)°$A-ல் அப்பகுதியில் திடப்பொருளாக உறைவிக்கப்படட்டும். தூய கரைமம் $(T-dT)°$A-ல் உருகுதலின் உள்ளுறை வெப்பம் $(L-dL)$ எனவும் அதன் அடர்த்தி ρ எனவும் கொண்டிடின்,

$$\text{வெளிவிடப்பட்ட வெப்பம் } Q_2 = (\rho dv)\,(L-dL)$$

இத் திடப்பொருளானது, மேற்புறமாகக் கரைமப் பகுதிக்கு மாற்றப் படட்டும். கரைசல் பகுதியும் கரைமப் பகுதியும் ஒரே அழுத்தத்தி லிருப்பதால், இம் மாற்றத்தால் வேலையேதும் செய்யப்படவில்லை.

பின் இத் திடப்பொருள் கரைமப் பகுதியில் கரைமமாக உருக்கப் படட்டும். $T°$A-ல் கரைமத்தின் உருகுதலின் உள்ளுறை வெப்பம் L எனக் கொண்டிடின்,

$$\text{அது உட்கவர்ந்த வெப்பம் } Q_1 = (\rho dv)\,.\,L$$

இதில் ஒரு கார்னோ சுற்று முடிவுற்றதால்,

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1 - Q_2}{T_1 - T_2}$$

இம் முறையில் வெளிவிடப்பட்ட வெப்பத்தைவிட உட்கவரப்பட்ட வெப்பம் மிகுதியாகும். இவ்வெப்ப மிகுதியே சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்திற்கு எதிராக வேலைசெய்யப் பயன்படுத்தப்பட்டது.

$$\text{எனவே,} \quad Q_1 - Q_2 = \frac{pdv}{J}$$

இங்கு,

$$Q_1 = (\rho.dv)\,L$$

$$T_1 = T$$

$$Q_2 = (\rho.dv)\,(L-dL)$$

$$T_2 = (T-dT)$$

$$\text{எனவே,} \quad \frac{(\rho.dv)\,L}{T} = \frac{(\rho.dv)\,(L-dL)}{(T-dT)} = \frac{pdv}{J.\,dT}$$

இச் சமன்பாட்டின் முதல், கடைசிப் பகுதிகளிலிருந்து,

$$\frac{\rho . L}{T} = \frac{p}{J . dT}$$

$$\therefore \quad dT = \frac{pT}{L\rho J}$$

மூலக்கூறு உறைநிலைத் தாழ்வு (Molecular depression of freezing point)

ஒரு கிராம்-மூலக்கூறுள்ள, நீரில் பிரிகையற்ற கரைபொருள் ஒரு லிட்டர் நீரில் கரைக்கப்பட்டால், 0°C-ல் கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் 22·4 வளி அழுத்த அலகுகளாகும். அதாவது $p = 22{\cdot}4$ வளி அழுத்த அலகுகள் அல்லது $p = 22{\cdot}4 \times 76 \times 13{\cdot}6 \times 980$ டைன்கள்/ச.செ.மீ. மேலும் $T = 273°A$; $L = 80$ கலோரிகள்/கிராம் ; $\rho = 1$ கிராம்/க.செ.மீ. இவற்றை,

$$dT = \frac{pT}{L\rho J}$$ என்ற சமன்பாட்டில் மாற்றீடு செய்ய,

$$dT = \frac{22{\cdot}4 \times 76 \times 13{\cdot}6 \times 980 \times 273}{80 \times 1 \times 4{\cdot}2 \times 10^7}$$

$$= 1{\cdot}844°C$$

இதிலிருந்து, 1 கிராம்-மூலக்கூறுள்ள கரைபொருள் கொண்ட 100 க.செ.மீ. பருமஅளவுள்ள கரைசலின் உறைநிலைத் தாழ்வு 18·44°C ஆகும். நீரில் பிரிகையற்ற எந்தக் கரைபொருளையும் கொண்ட கரைசலுக்கு இவ்வுறைநிலைத் தாழ்வு ஒன்றேயாகும். இதுவே 'மூலக்கூறு உறைநிலைத் தாழ்வு' எனப்படுகிறது.

மூலக்கூறெடை காணல் (Determination of Molecular weight)

ஒரு பொருளின் மூலக்கூறெடையை, அப்பொருளின் கரைசலின் கொதிநிலை ஏற்றத்திலிருந்தோ அன்றி அதன் உறைநிலைத் தாழ்வி லிருந்தோ கணக்கிடலாம்.

(அ) கொதிநிலை ஏற்றத்திலிருந்து காணல் : x கிராம் பொருள் 100 க.செ.மீ. நீரில் கரைக்கப்படின், அக் கரைசலின் கொதிநிலை ஏற்றம் dT எனக் கொள்வோம். ஆனால், 5·34°C கொதிநிலை ஏற்ற மாயின், 100 க.செ.மீ. நீரில் கரைக்கப்பட்டுள்ள பொருள் 1 கிராம் மூலக்கூறுள்ளதாகும் என்பதை நாமறிவோம். எனவே, dT°C கொதிநிலை ஏற்றமாயின், 100 க.செ.மீ. நீரில் கரைக்கப்பட்டுள்ள கிராம்-மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{dT}{5{\cdot}34}$; இந்த கிராம்-மூலக் கூறுகளுள்ள பொருளின் எடை x கிராம். அதாவது,

$\frac{dT}{5 \cdot 34}$ கிராம்-மூலக்கூறுகளின் எடை $= x$ கிராம்.

$$1 \text{ கிராம்-மூலக்கூறின் எடை} = \frac{5 \cdot 34 \times x}{dT} \text{ கிராம்}$$

$$\therefore \quad \text{மூலக்கூறெடை} = \frac{5 \cdot 34 \times x}{dT} \text{ கிராம்}$$

(ஆ) **உறைநிலைத் தாழ்விலிருந்து காணல்:** முன்போலவே, 'x' கிராம் பொருள் 100 க.செ.மீ. நீரில் கரைக்கப்படின், அக்கரைசலின் உறைநிலைத் தாழ்வு dT எனக் கொள்வோம். ஆனால், 18·44°C உறைநிலைத் தாழ்வாயின், 100 க.செ.மீ. நீரில் கரைக்கப்பட்டுள்ள பொருள் 1 கிராம்-மூலக்கூறுள்ளதாகும் என்பதை நாமறிவோம். எனவே, dT°C உறைநிலைத் தாழ்வாயின் 100 க.செ.மீ. நீரில் கரைக்கப் பட்ட பொருளிலுள்ள கிராம்-மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{dT}{18 \cdot 44}$; இந்த கிராம்-மூலக்கூறுகளுள்ள பொருளின் எடை x கிராம்.
அதாவது,

$\frac{dT}{18 \cdot 44}$ கிராம்-மூலக்கூறுகளின் எடை $= x$ கிராம்.

$$1 \text{ கிராம்-மூலக்கூறின் எடை} = \frac{18 \cdot 44 \times x}{dT} \text{ கிராம்.}$$

$$\therefore \quad \text{மூலக்கூறெடை} = \frac{18 \cdot 44 \times x}{dT} \text{ கிராம்.}$$

மின்பகு திரவங்களின் (electrolytes) சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம்

மின்னோட்டம் கடத்தும் திரவங்களே மின்பகு திரவங்களாகும். இத் திரவங்களில் கரைபொருள் மூலக்கூறுகளின் பிரிகையால் அயனி கள் (ions) தோன்றுகின்றன.

சவ்வூடு பரவலை விளக்கும்போது கரைசலொன்றில், கரை பொருளின் மூலக்கூறுகள் கரைம மூலக்கூறுகளுடன் ஒட்டிக்கொண்டு அவற்றின் இயங்கும் தன்மை, திசைவேகம் ஆகியவற்றைக் குறைத்து விடுவதுபற்றிக் கண்டோம். ஒரே செறிவுள்ள மின்பகு திரவங்களில், கரைபொருள் மூலக்கூறுகளின் பிரிகையால், அவை அதிக எண்ணிக்கை யுள்ள கரைம மூலக்கூறுகளின் இயங்கும் தன்மை, திசைவேகம் ஆகியவற்றைக் குறைத்துவிடுகின்றன. அதனால் அத்திரவங்களின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் மிகவும் அதிகமாகிறது. அதாவது, ஒரே வெப்பநிலையும் ஒரே செறிவுமுள்ள மின்பகு திரவங்களின் சவ்வூடு அழுத்தமானது, அதே வெப்பநிலையும் செறிவுமுள்ள மின்பகா

திரவங்களின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தைவிட மிகவும் அதிகமாகும். இதுவே 'சவ்வூடு பரவுகையின் இயல்பு கடந்த அழுத்த மிகுதி' (abnormal increase of osmotic pressure) எனப்படுகிறது.

ஒரு குறிப்பிட்ட செறிவிலும் பருமஅளவிலும் பிரிகையுறும் கரைபொருள் மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் அதே பரும அளவிலுள்ள மொத்த மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள தகவு பிரிகை வீதம் (degree of dissociation) எனப்படுகிறது.

மின்பகு திரவங்களின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் மின்பகா திரவங்களின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தைவிட அதிகமாகவிருப்பதால் அத்திரவங்களின் கொதிநிலை ஏற்றமும் அதிகமாகிறது. மேலும் செய்முறையில் கண்ட கொதிநிலை ஏற்றத்திலிருந்தும் மூலக்கூறுகள் பிரிகையுறவில்லை எனக்கொண்டு அதிலிருந்து கணக்கிடப்படும் கொதிநிலை ஏற்றத்திலிருந்தும் அத்திரவங்களின் சதவீதப் பிரிகையைக் (percentage dissociation) காணலாம். இதைக் கொதிநிலை ஏற்றத்தால் மட்டுமின்றி உறைநிலைத் தாழ்வாலும் கணக்கிடலாம். இங்கு, கொதிநிலை ஏற்றத்தால் சதவீதப் பிரிகையைக் கணக்கிடும் முறையைக் காண்போம்.

சோடியம் குளோரைடை (sodium chloride) மின்பகு பொருளாகக் கொண்டால் கரைசலில் அதன் ஒவ்வொரு மூலக்கூறும் சோடியம் அயனி, குளோரின் அயனி என இரண்டாகப் பிரிகிறது. ஓரலகு பரும அளவுள்ள கரைசலில் கரைக்கப்பட்ட சோடியம் குளோரைடு மூலக்கூறுகள் 'x' என்றும், அவற்றுள் அயனிகளாகப் பிரிகையுறும் மூலக்கூறுகள் 'y' என்றும் கொள்வோமாயின், y மூலக்கூறுகள் $2y$ அயனிகளாகப் பிரியும். எனவே, ஓரலகு பரும அளவில் $(x-y)$ பிரிகையுரு மூலக்கூறுகளும் $2y$ அயனிகளும் உள்ளன. இப்பரும அளவிலுள்ள மொத்த துகள்களின் எண்ணிக்கை $(x-y+2y)$, அதாவது $(x+y)$ ஆகும். இனி dT', dT முறையே செய்முறையில் கண்ட கொதிநிலை ஏற்றம், கணக்கிடப்பட்ட கொதிநிலை ஏற்றம் எனின்

$$\frac{dT'}{dT} = \frac{x+y}{x}$$

$$\therefore \quad dT' = dT\left(\frac{x+y}{x}\right)$$

$$= dT\left(1+\frac{y}{x}\right)$$

$$= dT + dT.\frac{y}{x}$$

$$\therefore \quad \frac{y}{x} = \frac{dT' - dT}{dT}$$

இதுவே $\left(\frac{y}{x}\right)$ பிரிகை வீதமாகும். இதை 'i' எனக் கொள்ளலாம்.

$$\text{எனவே,} \quad i = \frac{dT' - dT}{dT}$$

இதிலிருந்து, சதவீதப் பிரிகை $= (i \times 100)$;

அதாவது $\left(\frac{dT' - dT}{dT}\right) \times 100$ ஆகும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட பரும அளவுள்ள கரைசலில் கரைபொருளின் மூலக்கூறுகள் 100 இருப்பதாகக் கொள்வோம். இவற்றில் α மூலக் கூறுகள் பிரிகையுறுமாயின், பிரிகை வீதமானது $\alpha\%$ ஆகும். பிரிகை யுறும்போது ஒவ்வொரு மூலக்கூறும் n அயனிகளாவதாகக் கொள் வோம். எனவே, இக் குறிப்பிட்ட பரும அளவில் பிரிகையுறு மூலக் கூறுகளின் எண்ணிக்கை $(100-\alpha)$; பிரிகையால் தோன்றும் அயனி களின் எண்ணிக்கை $n\alpha$. எனவே, கரைசலில் உள்ள மொத்தத் துகள்கள் $(100-\alpha+n\alpha)$ ஆகும். செய்முறையில் கண்ட சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் (P_0) மேற்கண்ட மொத்தத் துகள்களின் எண்ணிக் கையைப் பொறுத்தது.

அதாவது, $P_0 \propto (100-\alpha+n\alpha)$

$pv = RT$ என்ற சமன்பாட்டாலும் கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தைக் கணக்கிடலாம். அவ்வாறு கணக்கிட்டால், அது எல்லா மூலக்கூறுகளும் பிரிகையுறுதிருந்தால் மட்டுமே பொருந்தும். அவ்வாறு கணக்கிடப்படும் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் p_c எனின்

$$p_c \propto 100.$$

$$\text{எனவே,} \quad \frac{p_0}{p_c} = \frac{100-\alpha+n\alpha}{100}$$

$\frac{P_0}{P_c}$ என்பதே பிரிகை வீதமாகும்.

மாதிரிக் கணக்குகள்

1. 1000 க.செ.மீ. நீரில் 1 கிராம் சர்க்கரை கரைக்கப்பட்ட கரை சலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தினைக் கீழ்க்கண்ட வெப்பநிலைகளில் காண்க. (i) 0°C (ii) 100°C (சர்க்கரையின் மூலக்கூறெடை $=340$ கிராம்; 1 கிராம்-மூலக்கூறுக்கு $R = 8{\cdot}4 \times 10^7$).

கரைசலொன்றின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம், பரும அளவு, வெப்பநிலை ஆகியவற்றின் தொடர்பினைக் குறிக்கும் சமன்பாடு $PV = RT$ என நாமறிவோம்.

கணக்கின்படி, 1 கிராம் சர்க்கரை கொண்ட கரைசலின் பரும அளவு = 1000 க.செ.மீ. எனவே, 342 கிராம் சர்க்கரையுள்ள கரைசலின் பரும அளவு $= 342 \times 10^3$ க.செ.மீ.

(i) 0°C-ல் :

$V = 342 \times 10^3$ க.செ.மீ.

$R = 8{\cdot}4 \times 10^7$

$T = 273°\text{A}$

$P = ?$

$$P = \frac{RT}{V}$$

$$= \frac{8{\cdot}4 \times 10^7 \times 273}{342 \times 10^3}$$

$= 6{\cdot}707 \times 10^4$ டைன்/ச.செ.மீ.

(ii) 100°C-ல் :

$V = 342 \times 10^3$ க.செ.மீ.

$R = 8{\cdot}4 \times 10^7$

$T = (100 + 273) = 373°\text{A}$

எனவே, $P = \frac{RT}{V}$

$$= \frac{8{\cdot}4 \times 10^7 \times 373}{342 \times 10^3}$$

$= 9{\cdot}162 \times 10^4$ டைன்/ச.செ.மீ.

2. 27°C-ல் உள்ள கரும்புச் சர்க்கரைக் கரைசலின் (cane-sugar solution) சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் 1 வளியானல், அக்கரைசலின் வலிவைக் (strength of the solution) கணக்கிடுக. (சர்க்கரையின் மூலக்கூறெடை $= 342$ கிராம் ; $R = 8{\cdot}4 \times 10^7$.)

கரைசலின் பரும அளவு V க.செ.மீ. எனக் கொண்டால்,

V க.செ.மீ. கரைசலில் உள்ள சர்க்கரையின்

திறை = 342 கிராம்.

∴ 1000 க.செ.மீ. கரைசலில் உள்ள சர்க்கரையின்

திறை $= \frac{342 \times 1000}{V}$ கிராம்.

அல்லது,

$$\text{சர்க்கரைக் கரைசலின் வலிவு} = \frac{342\times1000}{V}$$

ஆயின் $PV = RT$

$$\therefore\ V = \frac{RT}{P}$$

ஆகவே,

சர்க்கரைக் கரைசலின் வலிவு

$$= \frac{342\times1000\times P}{RT} \text{ கிராம்/லிட்டர்}$$

இதில் $P = 1$ வளி

$= 76\times13{\cdot}6\times981$ டைன்/க.செ.மீ.

$R = 8{\cdot}4\times10^7$

$T = 27+273 = 300°\text{A}.$

எனவே,

$$\text{கரைசலின் வலிவு} = \frac{342\times1000\times76\times13{\cdot}6\times981}{8{\cdot}4\times10^7\times300}$$

$= 13{\cdot}76$ கிராம்/லிட்டர்.

3. மூலக்கூறெடை 342 உள்ள கரும்புச் சர்க்கரையில் 1 கிராம், 0·1 லிட்டர் நீரில் கரைக்கப்படுகிறது. 1 வளி அழுத்தத்தில் அக்கரைசலின் (அ) உறைநிலை, (ஆ) கொதிநிலை ஆகியவற்றினைக் காண்க.

(வாயு மாறிலி $R = 8{\cdot}4\times10^7$)

1 கிராம் சர்க்கரை கரைக்கப்பட்ட கரைசலின் பருமஅளவு $= \frac{1}{10}$ லிட்டர்.

மூலக்கூறெடை 342 கிராமிற்கு, கரைசலின் கிராம்-மூலக்கூறு பருமஅளவு $= \frac{342}{10}$ லிட்டர்

$= 34{,}200$ க.செ.மீ.

சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் P எனக் கொண்டால்,

$$PV = RT$$

$$\therefore\ P = \frac{RT}{V}$$

இதில் நீரின் இயல்பு உறைநிலை $= 273°A$

வாயு மாறிலி $= 8{\cdot}4 \times 10^7$

கரைசலின் மூலக்கூறுப் பரும அளவு

$= 34{,}200$ க.செ.மீ.

$$\text{எனவே, } P = \frac{8{\cdot}4 \times 10^7 \times 273}{34200} \text{ டைன்/க.செ.மீ.}$$

மேலும்,

$$\text{கரைசலின் உறைநிலைத் தாழ்வு } dT = \frac{PT}{L\rho J}$$

இதில்,

பனிக்கட்டி உருகுதலின் உள்ளுறை வெப்பம் $L = 80$ கலோரிகள்/கிராம் எனக்கொண்டு, P, T, ρ, J ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை மாற்றீடு செய்ய,

$$dT = \frac{8{\cdot}4 \times 10^7 \times 273 \times 273}{80 \times 1 \times 4{\cdot}2 \times 10^7 \times 34{,}200}$$
$$= 0{\cdot}0545°$$

அதாவது,

கரைசலின் உறைநிலை $= -0{\cdot}0545°C.$

மேலும் நீரின் இயல்பு கொதிநிலை $= 373°A.$

ஆவியாதலின் உள்ளுறை வெப்பம் $= 540$ கலோரிகள்/கிராம்

எனவே,

373°A-ல் கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை

$$\text{அழுத்தம் } P = \frac{RT}{V}$$
$$= \frac{8{\cdot}4 \times 10^7 \times 373}{34{,}200} \text{ டைன்/ச.செ.மீ.}$$

$$\text{கொதிநிலை ஏற்றம் } dT = \frac{PT}{L\rho J}$$
$$= \frac{8{\cdot}4 \times 10^7 \times 373 \times 373}{540 \times 1 \times 4{\cdot}2 \times 10^7 \times 34{,}200}$$
$$= 0{\cdot}015°$$

அதாவது, கரைசலின் கொதிநிலை $= 100{\cdot}015°C.$

4. 10 கிராம் சோடியம் குளோரைடு கரைக்கப்பட்டுள்ள 1 லிட்டர் கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தமானது 27°C-ல் 5·89 வளிகளானால், அதன் பிரிகை வீதத்தைக் கணக்கிடுக.

சோடியம் குளோரைடின் மூலக்கூறெடை = 58·5. எனவே, கரைசலின் கிராம்-மூலக்கூறுப் பரும அளவு

$$= \frac{58\cdot5}{10} \text{ லிட்டர்கள்}$$

$$= 5850 \text{ க.செ.மீ.}$$

பிரிகை நேராதிருக்கும்போது, 0°C-ல் 1 கிராம் மூலக்கூறு 22,400 க.செ. மீட்டரில் இருந்தால், சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் = 1 வளி. மேலும், $PV = RT$.

$$\therefore \quad 1 \times 22400 = R \times 273 \qquad (1)$$

27°C-ல் கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் x எனவும், சோடியம் குளோரைடு பிரிகையுறாதிருப்பதாகவும் கொண்டால்,

$$x \times 5850 = R \times 300 \qquad (2)$$

சமன்பாடுகள் (2), (1)-லிருந்து,

$$\frac{x \times 5850}{22400} = \frac{300}{273}$$

$$\therefore \quad x = \frac{300 \times 22{,}400}{273 \times 5850}$$

$$= 4\cdot207 \text{ வளிகள்.}$$

பிரிகை வீதம் $\alpha\%$ எனக் கொள்வோம். மேலே கணக்கிடப்பட்ட சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் (P_c) 100-க்கு நேர்விகிதத்திலும், சோதனை முறையில் கண்டு பதிவிடப்படும் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் (P_0), ($100 - \alpha + n\alpha$)-க்கு நேர்விகிதத்திலும் இருக்கும். இங்கு ஒவ்வொரு மூலக்கூறும் 2 அயனிகளாகப் பிரிகையுறுவதால், $n = 2$.

எனவே, $P_c = 4\cdot207 \propto 100$

$$P_0 = 5\cdot89 \propto (100 - \alpha + 2\alpha)$$

$$\therefore \quad \frac{5\cdot89}{4\cdot207} = \frac{100 + \alpha}{100}$$

$$100 + \alpha = \frac{100 \times 5\cdot89}{4\cdot207}$$

$$= 146$$

$$\therefore \quad \alpha = 46\%$$

ஆக,

சோடியம் குளோரைடின் பிரிகை வீதம் = 46%

5. 31·88 கிராம் நிறையுள்ள ஒரு பொருள் 2 லிட்டர் நீரில் கரைக்கப்படுகிறது. இயல்பு வளி அழுத்தத்தில் தூய நீரின் கொதி நிலையைவிட இக்கரைசலின் கொதிநிலை 0·266°C மிகுமெனின், அப்பொருளின் மூலக்கூறெடையினைக் கணக்கிடுக.

2000 க.செ.மீ. நீரில் உள்ள பொருளின் எடை

$$= 31{\cdot}88 \text{ கிராம்}$$

எனவே, 100 க.செ.மீ. நீரில் உள்ளது

$$= \frac{100 \times 31{\cdot}88}{2000} \text{ கிராம்}$$

$$= \frac{31{\cdot}88}{20} \text{ கிராம்.}$$

மேலும், ஒரு பொருளின் மூலக்கூறெடை

$$= \frac{5{\cdot}34 \times x}{dT} \text{ கிராம் என நாமறிவோம்.}$$

$$\text{இதில் } x = \frac{31{\cdot}88}{20} \text{ கிராம்.}$$

$$dT = 0{\cdot}266°C$$

எனவே, அப்பொருளின் மூலக்கூறெடை

$$= \frac{5{\cdot}34 \times 31{\cdot}88}{0{\cdot}266 \times 20}$$

$$= 32 \text{ கிராம்.}$$

வினாக்கள்

1. சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தை வரையறுத்துக் கூறி விளக்குக.
2. சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம்பற்றிய விதிகளைக் கூறி அவ்வழுத்தத்தினைக் காணும் முறையொன்றை விவரித்துக் கூறுக.
3. சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்திற்கும் உறைநிலைத் தாழ்விற்குமுள்ள தொடர்பினைக் காண்க.
4. கரைசலொன்றின் கொதிநிலை ஏற்றத்திற்கான சமன்பாட்டைப் பெறுக. மேலும், கீழ்க்கண்ட அளவீடுகளிலிருந்து மூலக்கூறுக் கொதிநிலை ஏற்றத்தினைக் காண்க. நீரின் அடர்த்தி 100°C-ல் 0·9584 கிராம்கள்/க.செ.மீ.; நீராவியின் உள்ளுறை வெப்பம் = 540 கலோரிகள்/கிராம்.
5. சிறு குறிப்பு வரைக:
   (அ) மின்பகு திரவங்களின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம்.
   (ஆ) சவ்வூடு பரவுகையின் விளக்கம்.

6. மூலக்கூறெடை 360 உள்ள 10 கிராம் சர்க்கரை ஒரு லிட்டர் நீரில் கரைக்கப்படுகிறது. கரைசலின் வெப்பநிலை 27°C ஆயின், அதன் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தினைக் கணக்கிடுக.

7. 5 கிராம் நிறையுள்ள ஒரு கரைபொருள் 600 க.செ.மீ. நீரில் கரைக்கப்பட்டிருக்கிறது. அப் பொருளின் மூலக்கூறெடை 270 ஆயின் கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தத்தினைக் காண்க; கரைசலின் வெப்பநிலை 27°C.

8. 1% பொட்டாசியம் குளோரைடு கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் 27°C-ல் 6·604 வளி அழுத்த அலகுகளாகும். அதன் பிரிகை வீதத்தைக் காண்க.

9. 20·8 கிராம் பேரியம் குளோரைடு 2 லிட்டர் நீரில் கரைக்கப் பட்ட கரைசலின் சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் 30°C-ல் 2·72 வளி அழுத்த அலகுகளாகும்; நீரில் அவ்வுப்பின் பிரிகை வீதமென்ன?

10. 12·5 கிராம் மின்பகு பொருள் கொண்ட நீரில் கரைக்கப்பட்ட 1000 க.செ.மீ. உள்ள கரைசல் −0·028°C-ல் உறைகிறது. அப்பொருளின் மூலக்கூறெடை என்ன? மூலக்கூறு உறை நிலைத் தாழ்வு 18·6°C.

7. அலகுகளும் அவற்றின் பரிமாணங்களும்
(Units and their dimensions)

நீளம் (L), நிறை (M), காலம் (T) ஆகிய மூன்று அளவுகளும், எல்லா பௌதிக அளவுகளுக்கும் அடிப்படையாக உள்ளன. இவற்றின் அலகுகள் அடிப்படை அலகுகள் (fundamental units) எனப்படும். மற்ற எல்லா பௌதிக அளவுகளையும் இவற்றினின்றும் பெறுகின்றோமாதலின் அவை யாவும் பொதுவில் வழிவந்த அலகுகள் (derived units) என்றழைக்கப்படுகின்றன.

நீளம், நிறை, காலம் ஆகியவற்றின் அலகுகளை முறையே L, M, T எனும் எழுத்துகள் குறிப்பது மரபு. இவைகொண்டு பெறப்படும் மற்ற அலகுகளில் சிலவற்றைக் காண்போம்.

பரப்பளவு $=$ நீளம் $(L) \times$ நீளம் (L)
$= L^2$

பருமஅளவு $= L \times L \times L = L^3$

வேகம் $= \frac{\text{நீளம்}}{\text{காலம்}} = \frac{L}{T} = LT^{-1}$

(ix) நிலைமத் திருப்பு திறன்
$=$ நிறை $\times$ (சுழலியக்க ஆரம்)^2 (radius of gyration)
$= ML^2$

(x) கோண வேகம் $= \frac{\text{கோணம்}}{\text{காலம்}} = \frac{\text{வில்/ஆரம்}}{\text{காலம்}}$

$$= \frac{L/L}{T} = T^{-1}$$

(xi) ஈர்ப்பு மாறிலி $= \frac{Fd^2}{m_1 m_2} = \frac{MLT^{-2} \cdot L^2}{M^2}$

$$= M^{-1}L^3T^{-2}$$

(xii) நிலையாற்றல் $= mgh = M.LT^{-2}.L = ML^2T^{-2}$

(xiii) இயக்கவாற்றல் $= \frac{1}{2} \times$ நிறை $\times$ (திசைவேகம்)^2

$= M(LT^{-1})^2$

$= ML^2T^{-2}$

($\frac{1}{2}$ என்னும் எண்ணுக்குப் பரிமாணமில்லை)

பரிமாண முறையின் பயன்

ஒரு முறைவழி அலகுகளை மற்றொரு முறைவழி அலகுகளாக மாற்றவும், பல்வேறு பௌதிக அளவுகளைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்கவும், சில சமன்பாடுகளைப் பெறவும் இப் பரிமாணமுறை பயன்படுகின்றது. L, M, T ஆகியவை பரிமாணங்கள் எனவும், மேற்கண்ட முறை பரிமாணமுறை எனவும் கூறப்படுகின்றன.

ஒரு பௌதிக அளவின் பரிமாணங்கள், அடிப்படை அளவுகளான நீளம், நிறை, காலம் ஆகியவற்றினை எம்மடிக்கு ஏற்றவேண்டும் என்பதனைக் காட்டும் ஒரு வாய்பாடு என வரையறுக்கலாம்.

பரிமாண வாய்பாடுகள்

(i) வேகம் அல்லது திசைவேகம் $= \frac{\text{நீளம்}}{\text{காலம்}}$

$= \frac{L}{T} = LT^{-1}$

(ii) முடுக்கம் $= \frac{\text{திசை வேகம்}}{\text{காலம்}} = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$

(iii) விசை $=$ நிறை $\times$ முடுக்கம் $= MLT^{-2}$

(iv) வேலை $=$ விசை $\times$ தொலைவு $= MLT^{-2} \times L = ML^2T^{-2}$

(v) உந்தம் $=$ நிறை $\times$ திசைவேகம் $= MLT^{-1}$

(vi) தகைவு $= \frac{\text{விசை}}{\text{பரப்பளவு}} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$

(vii) யங் குணகம் $= \frac{\text{தகைவு}}{\text{திரிபு}} = \frac{ML^{-1}T^{-2}}{L/L} = ML^{-1}T^{-2}$

(viii) பரப்பு இழுவிசை $= \frac{\text{விசை}}{\text{நீளம்}} = \frac{MLT^{-2}}{L} = MT^{-2}$

கலைச்சொற்கள்
(ஆங்கிலம்—தமிழ்)

A

Abnormal increase of osmotic pressure — சவ்வூடு பரவுகையின் இயல்பு கடந்த அழுத்த மிகுதி
Absolute temperature — சார்பிலா வெப்பநிலை
Alloy — உலோகக் கலப்பு
Angle of contact — சேர்கோணம்
Anti synclastic systems — புற மைய அமைப்புகள்

B

Ball-bearings — குண்டுப் பொதிகைகள்
Bell-jar — மணி சாடி
Bending of beam — தண்டு வளைதல்
Bending couple — வளைக்கும் இரட்டை
Bending moment — வளைவுத் திருப்புதிறன்
Breaking point — முறி புள்ளி
Brush — தூரிகை
Bulk modulus — பருமக் குணகம்

C

Cantilever — வளைசட்டம்
Capillary depression — நுண்புழை யிறக்கம்
Capillary rise — நுண்புழை ஏற்றம்
Centres of curvature — வளைவு மையங்கள்
Centripetal force — மையநாடு விசை
Chemical nature — வேதியியல் தன்மை
Coefficient of diffusion — விரவல் எண்
Coefficient of viscosity — பாகியல் எண் அல்லது பாகுநிலைக் குணகம்
Colloid — கூழ்
Compressibility — இறுகுதிறன்
Concentric spherical shells — பொதுமையக் கோள ஓடுகள்
Condensed films — உறைவிக்கப்பட்ட மெல்லேடுகள்
Contractional strain — நீள் குறைத் திரிபு
Convection current — தகைப்பு ஓட்டம்

Couple per unit twist — சுழல் இரட்டை/முறுக்கு
Critical velocity — மாறுநிலைத் திசைவேகம்
Cross-wires — குறுக்கிணை கம்பிகள்
Crystalloid — படிக அமைப்புப் பொருள்
Cylindrical bubble — நீள் உருளைக் குமிழ்
Cylindrical column of liquid — நீள் உருளைத் திரவத் தம்பம்
Cylindrical shell — நீள் உருளை ஓடு

D

Degree of dissociation — பிரிகை வீதம்
Dialysis — சவ்வூடு பகுப்பு
Diffusion — விரவல்
Dropweight method — துளி எடை முறை

E

Efficiency — பயனுறு திறன்
Elasticity — மீட்சியல்
Elastic after-effect — மீட்சிப் பின்விளைவு
Elastic hysteresis — மீட்சித் தயக்கம்
Electrolyte — மின்பகு பொருள்
Elevation of boiling point — கொதிநிலை ஏற்றம்
Ellipse — நீள் வட்டம்
Energy strain — திரிபு ஆற்றல்
External pressure head — புற அழுத்த முகடு
Eye-piece — கண்ணருகு கருவி

F

Filament — இழை
Free surface energy — புறப் பரப்பாற்றல்
Freezing point of solutions — கரைசல்களின் உறைநிலை

G

Gaseous films — வாயுநிலை மெல்லேடுகள்
Geometric axis — வடிவியல் அச்சு
Geometric moment of inertia — வடிவியல் நிலைமத் திருப்புதிறன்
Gradient of relative velocity — ஒப்புத் திசைவேக வாட்டம்

Gravitation — ஈர்ப்பு
Gravitation constant — ஈர்ப்பு மாறிலி
Gravitation potential — ஈர்ப்பழுத்தம்

H

Horizontal pull — கிடைமட்ட இழுவிசை
Hydrostatic thrust — நிலைத்திரவ அமுக்கம்

I

Incompressibility — இறுகு எதிர்ப்புத்திறன்
Inertia — நிலைமம்
Infinity — ஈறிலாத் தொலைவு
Intensity of gravitational field — ஈர்ப்புப் புலச் செறிவு
Internal bending moment — அகத் திருப்புதிறன்
Ions — அயனிகள்

K

Kinetic energy — இயக்க ஆற்றல்

L

Latitude — குறுக்குக் கோடு
Liquid expanded films — விரிவாக்கப்பட்ட திரவ மெல் லேடுகள்
Lubricant — உராய்வுத் தடை

M

Membrane — சவ்வு
Meniscus — பிறைத்தளம்
Minimum — சிறுமம்
Modulus of elasticity — மீட்சியல் குணகம்
Molecule — மூலக்கூறு
Molecular depression of freezing point — மூலக்கூறு உறைநிலைத் தாழ்வு
Molecular elevation of boiling point — மூலக்கூறு கொதிநிலை ஏற்றம்
Molecular weight — மூலக் கூறெடை
Momentum — உந்தம்
Moment of the couple — இரட்டையின் திருப்புதிறன்
Moment of inertia — நிலைமத் திருப்புதிறன்

Mono-molecular layer — ஒரு மூலக்கூறு அடுக்குகள்
Moon — மதி

N

Neutral axis — நடுநிலை அச்சு
Neutral filament — நடுநிலை இழை

O

Orbital path — சுழல் வழி
Osmosis — சவ்வூடு பரவல்
Osmotic pressure — சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம்

P

Parallel axes theorem — இணை அச்சுத் தேற்றம்
Percentage dissociation — சதவீதப் பிரிகை
Period of revolution — சுழற்காலம்
Planet — கோள்
Plane of bending — வளைவு தளம்
Pointer — கூர்முனைக் கம்பி
Poisson's ratio — பாய்சான் தகவு
Precipitate — வீழ்படிவு
Protruding portion — முன் தள்ளியிருக்கும் பகுதி
Principal lines — முதன்மைக் கோடுகள்
Principal lines of curvature — முதன்மை வளைவு கோடுகள்

R

Radian — ஆரக் கோணம்
Radius vector — ஆர வெக்டர்
Range of molecular attraction — மூலக்கூறு ஈர்ப்பு இயங்கெல்லை
Reaction — எதிர்விசை
Rectangular parallelopiped — நீள் சதுர இணைவகத் திண்மம்
Relative concentration — ஒப்புச் செறிவு
Relative motion — ஒப்பு இயக்கம்
Relative velocity gradient — ஒப்புத் திசைவேக வாட்டம்
Resolution of forces — விசைப் பகுப்புமுறை
Resolution of a shear — சறுக்குப் பெயர்ச்சிப் பகுப்பு

Rider — ஏறி
Rigidity modulus — விறைப்புக் குணகம்

S

Satallite — துணைக் கோள்
Scalar — திசையற்ற அளவு
Searle's extensometer — சேர்ல் நீட்சிமானி
Shearing strain — சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு
Simple harmonic motion — சீரிசை இயக்கம்
Single optic lever — ஒற்றை ஒளியியல் நெம்புகோல்
Sliding weight — நகரும் எடை
Solid sphere — திண் கோளம்
Solute — கரைபொருள்
Solution — கரைசல்
Solvent — கரைமம்
Sphere of influence — ஆட்சிப் புலம்
Spherical bubble — கோளக் குமிழ்
Spherical drop — கோளத் துளி
Static torsion method — நிலையியல் முறுக்கு முறை
Strain — திரிபு
Streak — விளிம்பொளி வரி
Stream lined motion — இழைவரி இயக்கம்
Stress — தகைவு
Super-saturation — மிகத் தெவிட்டிய நிலை
Surface energy — பரப்பாற்றல்
Surface film — பரப்பேடு
Surface tension — பரப்பு இழுவிசை
Symmetrically — ஒத்தியைவாக
Synclastic systems — அக மையப் பரப்புகள்

T

Tangent — தொடுவரை
Tangential force — தொடுவியல் விசை
Tangential stress — தொடுவியல் தகைவு
Terminal volocity — முற்றுத் திசைவேகம்
Testing machine — ஆய்வு எந்திரம்
Thermodynamic method — வெப்ப இயக்கவியல் முறை
Time of diffusion — விரவல் நேரம்
Torsion — முறுக்கு
Torsional oscillation — முறுக்கலைவு

Torsional pendulum — முறுக்கு ஊசல்
Torsional rigidity — முறுக்கு விறைப்பு
Tunnel — சுருங்கை
Turbulent motion — கலங்கிய இயக்கம்

U

Undamped oscillations — தடையூட்டம் பெரு அலைவுகள்

V

Vapour expanded films — விரிவாக்கப்பட்ட ஆவி மெல் லேடுகள்
Vapour pressure over a curved surface — வளைபரப்பில் ஆவியழுத்தம்
Viscosity — பாகுநிலை
Viscous forces — பாகுநிலை விசைகள்

Y

Yield point — இளகுநிலைப் புள்ளி
Young's modulus — யங் குணகம்

Z

Zero — சுழி

கலைச்சொற்கள்

(தமிழ்—ஆங்கிலம்)

அ

அகத் திருப்புதிறன் — internal bending moment
அக மைய அமைப்புகள் — synclastic systems
அயனிகள் — ions

ஆ

ஆய்வு எந்திரம் — testing machine
ஆட்சிப்புலம் — sphere of influence
ஆர வெக்டர் — radius vector
ஆரக் கோணம் — radian

இ

இயக்க ஆற்றல் — kinetic energy
இரட்டையின் திருப்புதிறன் — moment of the couple
இழை — filament
இழைவரி இயக்கம் — stream-lined motion
இளகுநிலைப் புள்ளி — yield point
இணை அச்சுத் தேற்றம் — parallel axes theorem
இறுகுதிறன் — compressibility
இறுகு எதிர்ப்புத் திறன் — incompressibility

ஈ

ஈர்ப்பு — gravitation
ஈர்ப்பழுத்தம் — gravitational potential
ஈர்ப்பு மாறிலி — gravitation constant
ஈர்ப்புப் புலச்செறிவு — intensity of gravitational field
ஈறிலாத் தொலைவு — infinity

உ

உந்தம் — momentum
உராய்வுத் தடை — lubricant
உலோகக் கலப்பு — alloy
உறைவிக்கப்பட்ட மெல்லேடுகள் — condensed films

எ

எதிர்விசை — reaction

ஏ

ஏறி — rider

ஒ

ஒத்திசைவாக — symmetrically
ஒற்றை ஒளியியல் நெம்புகோல் — single optic lever
ஒப்பு இயக்கம் — relative motion
ஒப்புச் செறிவு — relative concentration
ஒப்புத் திசைவேக வாட்டம் — relative velocity gradient
ஒரு மூலக்கூறு அடுக்கு — mono-molecular layer

க

கண்ணருகு கருவி — eye-piece
கலங்கிய இயக்கம் — turbulent motion
கரைசல் — solution
கரைசல்களின் உறைநிலை — freezing point of solutions
கரைமம் — solvent
கரைபொருள் — solute

கி

கிடைமட்ட இழுவிசை — horizontal pull

கு

குண்டுப் பொர்திகைகள் — ball-bearings
குறுக்கிணை கம்பிகள் — cross-wires
குறுக்குக் கோடு — latitude

கூ

கூர்முனைக் கம்பி — pointer
கூழ் — colloid

கொ

கொதிநிலை ஏற்றம் — elevation of boiling point

கோ

கோள் — planet
கோளக் குமிழ் — spherical bubble
கோளத் துளி — spherical drop

ச

சவ்வு — membrane
சவ்வூடு பரவல் — osmosis
சவ்வூடு பரவுகை அழுத்தம் — osmotic pressure

சவ்வூடு பகுப்பு — dialysis
சவ்வூடு பரவுகையின் இயல்பு கடந்த அழுத்த மிகுதி — abnormal increase of osmotic pressure
சதவீதப் பிரிகை — percentage dissociation
சறுக்குப் பெயர்ச்சித் திரிபு — shearing strain
சார்பிலா வெப்பநிலை — absolute temperature

சி

சிறுமம் — minimum

சு

சுழற் காலம் — period of revolution
சுழல் வழி — orbital path
சுழி — zero
சுழல் இரட்டை/முறுக்கு — couple per unit twist
சுருங்கை — tunnel

சே

சேர்கோணம் — angle of contact
சேர்ல் நீட்சிமானி — Searle's extensometer

சீ

சீரிசை இயக்கம் — simple harmonic motion

த

தண்டு வளைதல் — bending of beam
தகைவு — stress
தகைப்பு ஓட்டம் — convection current
தடையூட்டம் பெறு அலைவுகள் — undamped oscillations

தி

திண் கோளம் — solid sphere
திசையற்ற அளவு — scalar
திரிபு ஆற்றல் — energy strain

து

துளி எடை முறை — drop weight method
துணைக் கோள் — satallite

தூ

தூரிகை — brush

தொ

தொடுவரை — tangent

தொடுவியல் விசை — tangential force
தொடுவியல் தகைவு — tangential stress

ந

நகரும் எடை — sliding weight
நடுநிலை அச்சு — neutral axis
நடுநிலை இழை — neutral filament
நடுவரைகடந்த கோண அளவு — latitude

நி

நிலைமம் — inertia
நிலைத்திரவ அழுக்கம் — hydrostatic thrust
நிலையியல் முறுக்கு முறை — static torsion method
நிலைமத் திருப்புதிறன் — moment of inertia

நீ

நீள் உருளை ஓடு — cylindrical shell
நீள் உருளைக் குமிழ் — cylindrical bubble
நீள் உருளைத் திரவத் தம்பம் — cylindrical column of liquid
நீள் குறைத் திரிபு — contractional strain
நீள் வட்டம் — ellipse
நீள் சதுர இணைவகத் திண்மம் — rectangular parallelopiped

நு

நுண்புழை யிறக்கம் — capillary depression
நுண்புழை ஏற்றம் — capillary rise

ப

பரப்பாற்றல் — surface energy
பரப்பு இழுவிசை — surface tension
பரப்பேடு — surface film
பயனுறு திறன் — efficiency
படிக அமைப்புப் பொருள் — crystalloid
பருமக் குணகம் — bulk modules
பாகியல் எண் அல்லது பாகு நிலைக் குணகம் — coefficient of viscosity
பாகுநிலை — viscosity
பாகுநிலை விசைகள் — viscous forces
பாய்சான் தகவு — Poisson's ratio

பு

புற அழுத்த முகடு — external pressure head

புறமைய அமைப்புகள் — antisynclastic systems
புறப் பரப்பாற்றல் — free surface energy

பொ

பொதுமையக் கோள ஓடுகள் — concentric spherical shells

பி

பிரிகை வீதம் — degree of dissociation
பிறைத் தளம் — meniscus

ம

மதி — moon
மணி சாடி — bell-jar

மா

மாறுநிலைத் திசைவேகம் — critical velocity

மி

மிகத் தெவிட்டிய நிலை — super-saturation

மு

முன்தள்ளியிருக்கும் பகுதி — protruding portion
முதன்மைக் கோடுகள் — principal lines
முதன்மை வளைவு கோடுகள் — principal lines of curvature
முற்றுத் திசைவேகம் — terminal velocity
முறிபுள்ளி — breaking point
முறுக்கு — torsion
முறுக்கலைவு — torsional oscillation
முறுக்கு ஊசல் — torsional pendulum
முறுக்கு விறைப்பு — torsional rigidity

மூ

மூலக்கூறு — molecule
மூலக்கூறெடை — molecular weight
மூலக்கூறு உறைநிலைத் தாழ்வு — molecular depression of freezing point
மூலக்கூறு கொதிநிலை ஏற்றம் — molecular elevation of boiling point
மூலக்கூறு ஈர்ப்பு இயங்கெல்லை — range of molecular attraction

மி

மின் பகுபொருள் — electrolyte

மீ

மீட்சியல் — elasticity
மீட்சியல் குணகம் — modulus of elasticity
மீட்சிப் பின்விளைவு — elastic after effect
மீட்சித் தயக்கம் — elastic hysteresis

மை

மையநாடு விசை — centripetal force

ய

யங் குணகம் — Young's modulus

வ

வடிவியல் அச்சு — geometric axis
வடிவியல் நிலைமத் திருப்பு திறன் — geometric moment of inertia
வளைக்கும் இரட்டை — bending couple
வளைசட்டம் — cantilever
வளைவு தளம் — plane of bending
வளைபரப்பில் ஆவியழுத்தம் — vapour pressure over curved surface
வளைவுத் திருப்புதிறன் — bending moment
வளைவு மையங்கள் — centres of curvature

வா

வாயுநிலை மெல்லேடுகள் — gaseous films

வி

விசைப் பகுப்புமுறை — resolution of force
விரவல் — diffusion
விரவல் நேரம் — time of diffusion
விரிவாக்கப்பட்ட திரவ மெல் லேடுகள் — liquid expanded films
விறைப்புக் குணகம் — rigidity modulus
விளிம்பொளி வரி — streak
விரிவாக்கப்பட்ட ஆவி மெல் லேடுகள் — vapour expanded films

வீ

வீழ்படிவு — precipitate

வெ

வெப்ப இயக்கவியல் முறை — thermodynamic method

வே

வேதியியல் தன்மை — chemical nature

கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம்
தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம், சென்னை.
1970 ஜனவரிவரை வெளியிட்டுள்ள நூல்கள்

பொருளாதாரம்			ரூ.	பை.
*1.	பொருளாதாரம்–I	சி. வேலாயுதம்	6	50
*1-A.	,, II	,,	9	00
*2.	சோவியத் பொருளாதார வளர்ச்சி	டாக்டர் எம். ஜே. கே. தவராஜ்	4	25
*3.	அமெரிக்கப் பொருளாதாரம்	,,	4	50
*4.	பொருளாதாரச் சிந்தனை வரலாறு	சோணாசலம்	7	00
*5.	பன்னாட்டு வாணிபம்	மு. ஆரோக்கியசாமி	6	00
6.	புதுமைப் பொருளாதாரக் கூறுகள்	திருமதி ஆர். தாமரஜாட்சி	12	00
7.	பொருளாதாரம்—ஓர் அறிமுகம்–I	தி. சி. மோகன்	12	00
8.	,, ,, II	எம். ஏ. ஆபூர்வசாமி, பி. வி. ஸ்ரீநிவாசன்	10	75
9.	பொருளாதாரக் கோட்பாடு வளர்ந்த வரலாறு	க. முத்தையன்	7	00
10.	பணவியலும் பாங்கியலும்—I	சி. வேலாயுதம்	6	75
*11.	,, II	,,	11	50
*12.	நவீன பாங்கு இயல்	க. வெற்றிவேல்	7	50
*13.	இந்தியச் செலாவணியும் பாங்கு முறையும்	பி. வி. ஸ்ரீநிவாசன்	5	50
*14.	அரசாங்க நிதி இயல்	அர. சேஷாசலம்	4	75
15.	இந்தியப் பொருளியல்—I	எம். பாலசுப்பிரமணியன்	10	00

* மூலநூல் (Original Book)

பொருளாதாரம்—(தொடர்ச்சி)

				ரூ.	பை.
16.	இந்தியப் பொருளியல்—II	...	எம். லூர்துநாதன்	... 4	25
17.	நமது பொருளாதாரப் பிரச்சினை—I	...	சி. சுந்தரராஜன்	... 10	75
18.	,, ,, II	...	எஸ். குழந்தைநாதன்	... 10	50
19.	இங்கிலாந்தின் பொருளாதார வரலாறு—I	...	சீ. சீ. இராமசாமி	... 6	00
20.	,, ,, II	...	,,	... 6	00
21.	அமெரிக்காவின் நவீன பொருளாதார வளர்ச்சி	...	தி. சி. மோகன்	... 5	00
22.	அமெரிக்கப் பொருளாதார வரலாறு—I	...	மு. க. சுப்பிரமணியம்	... 11	00
23.	,, ,, II	...	பி. வி. சீனிவாசன்	... 6	00
24.	,, ,, III	...	,,	... 6	50
25.	அரசாங்க நிதியியலின் பொருளாதாரம்—I	...	மா. குமாரசாமி	... 10	00
26.	,, ,, II	...	அர. சேஷாசலம்	... 9	50
27.	இந்தியாவின் பொருளாதார வளர்ச்சி—I	...	தே. வேலப்பன்	... 10	00
28.	,, ,, II	...	ஜி. சிதம்பரம்	... 8	00
29.	பணம்—சிறு விளக்கம்	...	கோ. இராதாகிருஷ்ணன்	... 10	00
30.	வணிக இயலின் தத்துவங்கள்	...	கு. ஆளுடையபிள்ளை	... 9	50
31.	பத்தொன்பதாம் நூற்றுண்டில் கிரேட் பிரிட்டனில் தொழில்-வாணிகப் புரட்சி	...	கு. ரா. கருப்பண்ணன்	... 11	00
32.	பென்ஹாம் பொருளாதாரம்—I	...	ஏ. குழந்தை	... 11	00
33.	,, ,, II	...	எஸ். குழந்தைநாதன்	... 7	00
34.	வரவு செலவுத் திட்டம்	...	ஆர். ரங்காச்சாரி	... 6	00
35.	பன்னாட்டுப் பொருளாதாரம்—I	...	ஏ. குழந்தை	... 7	50
36.	,, ,, II	...	கே. எஸ். இராமசாமி	... 9	00
37.	பொருளாதார ஆய்வு நூல்—I	...	கோ. இராதாகிருஷ்ணன்	... 7	75
38.	,, ,, II	...	,,	... 7	00

39.	வளர்ச்சியுருத நாடுகளின் அரசாங்க நிதியியல்	க. வெற்றிவேல்	4	25
40.	வளர்ச்சி குறைந்த நாடுகளின் முதலாக்கம் பற்றிய சிக்கல்கள்	மா. குமாரசாமி	5	50
41.	1939முதல் இந்தியாவில் பணவீக்க விலைப் போக்குகள்	சி. சுந்தரராஜன்	7	50
42.	பொருளாதார வளர்ச்சிபற்றிய கட்டுரைகள்	எம். கே. சுப்பிரமணியம்	7	75
43.	இந்தியப் பொருளாதார வரலாறு (1857–1956)—I	ம. திருநாவுக்கரசு	7	00
44.	பொருளாதாரம்—ஓர் அறிமுகம்	பு. வி. சீனிவாசன்	6	25

வரலாறு

*45.	பிரிட்டன் வரலாறு—I	கி. ர. அனுமந்தன்	4	50
*46.	,, ,, II	,,	3	50
*47.	,, ,, III	,,	7	25
*48.	ஐரோப்பிய வரலாறு—I	டி. வி. சொக்கப்பா	4	50
49.	ஐரோப்பா—கடந்த ஐந்து நூற்றுண்டுகாலச் சரித்திரம்	வை. விருத்தகிரீசன்	15	00
50.	இங்கிலாந்து வரலாறு—I	இரா. அண்ணமலை	13	00
51.	,, ,, II	பா. மாணிக்கவேலு	13	00
52.	,, ,, III	என். ஜே. ராஜகோபால்	8	00
53.	,, ,, IV	,,	8	00
54.	இங்கிலாந்தின் வரலாறு—I	க. த. திருநாவுக்கரசு	15	00
55.	,, ,, II	எம். 'எக்ஸ். மிராண்டா	8	00
56.	,, ,, III	,,	5	00

* மூலநூல் (Original Book)

			ரூ.	பை.
வரலாறு—(தொடர்ச்சி)				
57.	இந்தியாவின் சிறப்பு வரலாறு—I	தி. வெ. குப்புசாமி	7	50
58.	,, ,, II	ஏ. உஸ்மான் ஷெரீப்	9	00
59.	,, ,, III	அ. பாண்டுரங்கன்	11	00
60.	கிரேக்கநாட்டு வரலாறு—I	சைமன் ஐ. எஸ். பாக்கியநாதன்	7	50
61.	,, ,, II	,,	7	00
62.	,, ,, III	பி. இராமாநுஜம் தேவதாஸ்	7	75
63.	ஆக்ஸ்ஃபோர்டின் இந்திய வரலாறு—I	தி. வெ. குப்புசாமி	8	25
64.	,, ,, II	ஏ. உஸ்மான் ஷெரீப்	7	50
65.	,, ,, III	க. த. திருநாவுக்கரசு	10	50
66.	முகலாயப் பேரரசு—I	ஏ. உஸ்மான் ஷெரீப், எம். எக்ஸ். மிராண்டா	7	50
67.	,, II	எம். எக்ஸ். மிராண்டா, பா. மாணிக்கவேலு	7	75
68.	ஆங்கில அரசியலமைப்பின் வரலாறு—I	வை. விருத்தகிரீசன்	7	50
69.	,, II	வை. விருத்தகிரீசன், இரா. அண்ணாமலை	6	75
70.	,, III	இரா. அண்ணாமலை, பா. மாணிக்கவேலு	6	50
71.	,, IV	பா. மாணிக்கவேலு	7	00
72.	ஆங்கிலேயரின் சமுதாய வரலாறு—I	சி. ஈ. இராமச்சந்திரன்	6	50
73.	,, II	சி. ஈ. இராமச்சந்திரன், இர. ஆலாலசுந்தரம்	6	75
74.	,, III	ஆர். ஆலாலசுந்தரம்	6	50
75.	இந்தியாவில் முகலாயரின் ஆட்சி—I	பா. மாணிக்கவேலு	5	00
76.	,, II	ஏ. உஸ்மான் ஷெரீப்	6	00
அரசியல்				
*77.	அரசியல் அமைப்புகள்	ஜே. இராமச்சந்திரன்	4	62
78.	அரசாங்கத்தின் வரலாறு	மோ. கிளாரன்சு, டி. டி. பெலிக்ஸ்	7	50

79.	இந்திய அரசியலமைப்பு	வீ. கண்ணையா	4	75
80.	அரசியலுக்கு ஓர் அறிமுகம்	டி. செல்லப்பா	8	50
81.	தற்கால அரசியல் அமைப்புகள்	மோ. வள்ளுவன் கிளாரன்சு	8	50
82.	பன்னாட்டு அரசியல்—I	திருமதி நூர்ஜஹான் பாவா	16	00
83.	,, ,, II	,,	13	25
84.	பொதுத்துறை ஆட்சி இயல்—I	வீ. கண்ணையா	9	00
85.	,, ,, II	இ. ஜெகதீசன்	7	25
86.	பொதுத்துறை ஆட்சியியலுக்கு ஓர் அறிமுகம்—I	வீ. கண்ணையா	7	50
87.	,, ,, II	டி. செல்லப்பா	7	50
88.	இந்திய அரசியலமைப்புத் திட்டம்	தி. வெ. குப்புசாமி, எஸ். சுப்பிரமணியன்	9	25
89.	இந்திய ஆட்சி அமைப்புமுறை வளர்ச்சி—I	வீ. கண்ணையா	6	25
90.	,, ,, II	வீ. கண்ணையா, கி. ர. அனுமந்தன்	5	75
91.	,, ,, III	கி. ர. அனுமந்தன்		
*92.	மக்கள் ஆட்சி	க. சந்தானம்	4	25
93.	1919 முதல் சர்வதேச உறவுகளும் உலக அரசியலும்	என். ஜே. ராஜகோபால்	7	75
94.	சமூக, அரசியல் கொள்கையின் அடிப்படைகள்	மோ. வள்ளுவன் கிளாரன்ஸ்	7	00
95.	அரசியலமைப்புச் சட்ட ஆய்வுக்கு ஓர் அறிமுகம்—I	பா. சூரியநாராயணன்	5	75
96.	,, ,, II	பா. சூரியநாராயணன், கி. ர. அனுமந்தன்	6	00
97.	,, ,, III	கி. ர. அனுமந்தன்	5	75

* மூலநூல் (Original Book)

			ரூ.	பை.
உளவியல்				
98.	குழந்தை உளவியல்—I	கி. ர. அப்புள்ளாச்சாரி	8	00
99.	,, ,, II	,,	7	00
100.	உட்கவர் மனம்	சி. ந. வைத்தீஸ்வரன்	7	00
101.	இளையோர் உளவியல்—I	தி. இரா. அரங்கராசன்	12	00
102.	,, ,, II	,,	9	00
103.	சமூக உளவியல்	என். வேதமணி மானுவேல்	9	25
104.	பிறழ்நிலை உளவியல்	அ. பெசென்ட் கிரீப்பர்ராஜ்	11	00
105.	பித்தரின் உள்ளம்	,,	3	00
*106.	குமர உள்ளம்	டாக்டர் மு. அறம்	6	25
தத்துவம்				
107.	இந்து சமயத் தத்துவம்	ஞா. ராஜாபகதூர்	5	50
*108.	அறிவு ஆராய்ச்சி இயல்	ஆர். ராமானுஜாச்சாரி	3	50
*109.	மேலைநாட்டுத் தத்துவம்	ஆர். எஸ். தேசிகன்	3	50
110.	அத்துவித தத்துவம்	கோ. மோ. காந்தி	6	50
111.	ஆங்கிலேயப் பயன்வழிக் கொள்கையினர்	மோ. வள்ளுவன் கிளாரன்சு	5	50
112.	இந்தியத் தத்துவம்—I	வ. அ. தேவசேனபதி, பா. நா. சண்முக சுந்தரம்	3	50
113.	,, II	,,	6	00
114.	மெய்ப்பொருளியல்—ஓர் அறிமுகம்—I	சி. இராமலிங்கம்	6	00
அறவியல்				
115.	அறவியல்—ஓர் அறிமுகம்	கோ. மோ. காந்தி	8	50
அளவையியல்				
116.	அளவையியல்—தொடக்க நூல்	கி. ர. அப்புள்ளாச்சாரி	2	50

மானிடவியல்

*117.	மானிடவியல்	ம. சு. கோபாலகிருஷ்ணன்	4	75
118.	பண்பாட்டுக் கோலங்கள்	கி. பூ. சுப்பிரமணியம்	5	50
119.	இந்தியாவில் குடியானவர் வாழ்க்கை	எஸ். இலட்சுமி	3	50

சமூகவியல்

120.	சமூகவியலின் அடிப்படைக் கோட்பாடுகள்	ஜே. நாராயணன்	10	50

புவியியல்

121.	ஆசியா—I	கொ. சேஷ. நரசிம்மன்	9	50
122.	,, II	,,	8	75
123.	ஐரோப்பாக் கண்டத்தின் புவியியல்	ஏ. எஸ். நாராயணன்	8	50
*124.	தென்கிழக்கு ஆசியா	ஜி. கிருஷ்ணமூர்த்தி	8	50
*125.	வட அமெரிக்கா	குமாரி இரா. அலமேலு	8	25
*126.	தென் அமெரிக்கா	எம். என். பத்மநாபன்	9	00
*127.	தென் கண்டங்கள்—ஆஸ்திரேலியா	திருமதி எச். நியூமன்	4	00
*128.	,, —ஆஃப்ரிக்கா	எஸ். முத்துக்கிருஷ்ணக் கரையாளர்	3	25
*129.	புவிப்புறவியல்—II	நா. அனந்தபத்மநாபன்	6	00
*130.	செய்முறைப் புவியியல்	சு. ஜெயச்சந்திரன்	9	00
*131.	மக்கட் பரப்பியல்	வி. எஸ். அனந்தபத்மநாபன்	6	25
*132.	சமுத்திரவியல்	கோ. இராமசாமி	6	50
133.	காலநிலை இயல்—I	கொ. சேஷ. நரசிம்மன்	10	00
134.	,, II	,,	5	00
135.	காலநிலை இயல்	திருமதி இராதா	10	00
136.	வளியியலுக்கு ஓர் அறிமுகம்	கோ. இராமசாமி	11	00
*137.	புவி அமைப்பு இயல்	சி. விஸ்வநாதன்	4	75

* மூலநூல் (Original Book)

			ரூ.	பை.
புவியியல்—(தொடர்ச்சி)				
138.	பௌதிகப் புவியியலும் புவியமைப்பியலும்	கோ. இராமசாமி	6	00
139.	சிஷோமின் வாணிகப் புவியியல்—I	எஸ். மாணிக்கம்	9	50
140.	,, II	எம். கார்த்திகேயன்	12	00
141.	,, III	சி. எஸ். நரசிம்மன்	5	75
புள்ளியியல்				
*142.	புள்ளியியல்—அறிமுகம்	சு. வைத்தியநாதன்	10	00
143.	புள்ளியியல் முறைகள்—I	கோ. சண்முகசுந்தரம்	10	00
144.	,, II	இராஜகோபாலன்	14	00
145.	நம்மைச் சுற்றியுள்ள பேரண்டம்	தி. வி. லட்சுமிநரசிம்மன்	6	50
உயர்கணிதம்				
*146.	ஆயத்தொலை வடிவகணிதம்	டி. கே. மாணிக்கவாசகம் பிள்ளை	12	50
*147.	வகை நுண்கணிதம்	,,	8	00
*148.	தொகை நுண்கணிதம்	தி. கோவிந்தராசன்	9	00
விலங்கியல்				
*149.	விலங்கியல்	பெ. மா. அண்ணாமலை, இரா. முருகேசன்	12	00
பௌதிகவியல்				
150.	ஒளி நூல்	ச. சம்பத்து	10	00
விஞ்ஞானம்				
*151.	வானவெளி வெற்றி	டாக்டர் எம். ஏ. தங்கராஜ்	6	00
*152.	ரேடியோ	,, பி. திருஞானசம்பந்தம்	4	75
*153.	எக்ஸ்-கதிர்கள்	பெ. நா. அப்புசாமி, ஜே. பி. மாணிக்கம்	4	50
*154.	பாம்புகள்	பெ. மா. அண்ணாமலை	3	50

*155.	தாவரம்—வாழ்வும் வரலாறும்	டாக்டர் கு. சீனிவாசன்	8	00
*156.	கரும்பு	கு. பெரியசாமி	4	00
*157.	தாவரங்களின் வாழ்வியல்	எஸ். சுந்தரம்	6	50
மருத்துவம்				
*158.	நீரிழிவு—க்ஷயரோகம்	டாக்டர் ஜி. வேங்கடசாமி, டாக்டர் ஏ. கதிரேசன்	2	50
159.	மகப்பேறும் மாதர் நோயும்	டாக்டர் (குமாரி) மணிமேகலை	8	25
*160.	பாக்டீரியா	சு. சுந்தரம்	2	50
161.	புற்றுநோய்	அ. கதிரேசன்	3	50
162.	உடலியங்கியல்—I	டாக்டர்கள் ஜி. வேங்கடசாமி, டி. சரோஜினி, எஸ். கே. துரைராஜ், ஆர். சேது	6	75
163.	,, II	,,	5	50
164.	என்புருக்கி நோய்	டாக்டர் அ. கதிரேசன்	7	25
பொறியியல்				
165.	நீங்களே உங்கள் வீட்டைக் கட்டலாம்	கே. வி. கிருஷ்ணராஜ், சி. ஆர். சுப்பிரமணியம், ஆர். இராமசாமி, கே. வேணுகோபால்	8	50
கூட்டுறவு				
166.	உலகக் கூட்டுறவு இயக்கம்	அ. வேல்மணி	5	50
சட்டம்				
*167.	குற்றவியல் சட்டம்	எம். சண்முகசுப்பிரமணியம்	10	00
பொது நூல்கள்				
168.	மகாத்மா காந்தி	சரஸ்வதி தங்கையன்	3	25

* மூலநூல் (Original Book)

பொது நூல்கள்—(தொடர்ச்சி)			ரூ.	பை.
169.	விவசாயப் புரட்சி	வி. கார்த்திகேயன்	8	00
*170.	சேமக் கை-நூல்	ஆ. சுப்பிரமணியம்	2	50
*171.	முற்காலச் சோழர் கலையும் சிற்பமும்	எஸ். ஆர். பாலசுப்பிரமணியம்	9	00
*172.	உணவும் ஊட்டமும்	தி. வேங்கிடகிருஷ்ணய்யங்கார்	4	50
புகுமுக (P.U.C.) வகுப்புகளுக்குரியவை				
*173.	உலக வரலாறு	டி. ஆர். இராமச்சந்திரன்	4	00
*174.	பொருளாதாரம்	ஜி. சிதம்பரம்	2	75
*175.	வணிகவியலுக்கு ஓர் அறிமுகம்—I	கு. ஆளுடைய பிள்ளை	2	50
*176.	,, ,, II	,,	2	25
*177.	பௌதிகம்	டாக்டர் பி. திருஞானசம்பந்தம், ஆர். நாகராஜன்	7	50
*178.	புகுமுக பௌதிகம்	டாக்டர் எம். ஏ. தங்கராஜ்	5	75
*179.	புகுமுக வகுப்புக் கணிதம்—I	கே. ராஜகோபாலன்	7	00
*180.	,, II	,,	3	00
*181.	புகுமுக வகுப்புக் கணித நூல்—I	டி. கோவிந்தராஜன், முத்துசாமி	7	00
*182.	,, II	,, ,,	4	50
*183.	கணிதம்—ஓர் அறிமுகம்—I	ஆர். மகாதேவன்	4	75
*184.	,, II	,,	3	25
*185.	வேதியியல்	பி. டி. முனியப்பா, ஆர். முத்துலட்சுமி	7	00
*186.	புகுமுக வேதியியல்	சி. ஏ. பத்மநாபன்	5	50
*187.	விலங்கியல்	எஸ். ஆப்ரகாம்	4	00
*188.	புகுமுக விலங்கியல்	பெ. மா. அண்ணாமலை	7	25
*189.	புகுமுக வகுப்புத் தாவரவியல்	எஸ். சுந்தரம்	4	50

பட்டப்படிப்பிற்குரிய (B.Sc.) நூல்கள்

			ரூ.	பை.
பௌதிகம் (Physics)				
*190.	எந்திரவியல்—சிறப்புப்பாடம் (Book I)	ஆர். நாகராசன்	6	25
*191.	வெப்பவியல்—சிறப்புப்பாடம்	கே. நாச்சிமுத்து	5	25
*192.	செய்முறை பௌதிகம்—சிறப்புப்பாடம் (Book I)	டி. கமலக்கண்ணன், எஸ். கிருட்டிணசாமி	4	50
*193.	பௌதிகம்—துணைப்பாடம்-I (Book I)	பி. தங்கராஜன்	4	00
*194.	,, (Book II)	,,	3	00
*195.	செய்முறை பௌதிகம்—துணைப்பாடம்	கே. பாசுகரன், இரா. செயராம்	4	50
*196.	மின்னியல்–காந்தவியல் (Book I)	டி. ஏ. கருப்பண்ணன்	4	75
*197.	ஒளியியல்—சிறப்புப்பாடம்	டாக்டர் வி. சண்முகசுந்தரம், டாக்டர் ஆர். சபேசன்	7	75
வேதியியல் (Chemistry)				
*198.	செய்முறைக் கனிம வேதியியல்-சிறப்புப்பாடம்	டி. இராமலிங்கம்	2	25
*199.	பௌதிக வேதியியல் (Book I)	டி. சக்திவேலு	4	00
*200.	கனிம வேதியியல்—துணைப்பாடம்	சி. ஏ. பத்மநாபன்	6	50
*201.	கனிம வேதியியல் (Book I)	பி. டி. முனியப்பா	4	00
*202.	பொது பௌதிக வேதியியல்—துணைப்பாடம்	ஆர். துளசிதாஸ்	4	75
கணிதம் (Mathematics)				
*203.	இயற்கணிதம்—சிறப்புப்பாடம் (Book I)	டி. கோவிந்தராஜன், கே. முத்துசாமி	4	25
*204.	தொகுமுறை வரைகணிதம்—சிறப்புப்பாடம்	ஆர். மகாதேவன்	2	00
*205.	எண்சார் கணிதம்—சிறப்புப்பாடம்	எம். எம். இராமசாமி	5	50
*206.	திரிகோண கணிதம்—சிறப்புப்பாடம்	வி. அரங்கநாதன்	3	25
*207.	கணிதம்—துணைப்பாடம்	ஆர். அனுமந்தராவ்	6	00

* மூலநூல் (Original Book)

			ரூ.	பை.
கணிதம்—(தொடர்ச்சி)				
*208.	நிலையியல்—சிறப்புப்பாடம்	கே. இராஜகோபாலன்	5	00
புள்ளியியல் (Statistics)				
*209.	புள்ளியியல்—துணைப்பாடம்	எஸ். கருப்பையா	3	50
விலங்கியல் (Zoology)				
*210.	முதுகெலும்பற்றவை-I—சிறப்புப்பாடம்	ஆர். முருகேசன்	11	50
*211.	,, II—சிறப்புப்பாடம்	திருமதி எஸ். கே. வள்ளி	11	25
*212.	முதுகுநாணுள்ளவை-I—சிறப்புப்பாடம் (Book I)	திருமதி ராணி கந்தசுவாமி	8	00
*213.	,, (Book II)	,,	9	75
*214.	முதுகுத்தண்டுள்ளவை-II—சிறப்புப்பாடம்	திருமதி கிருஷ்ணவேணி நாராயணன்	11	75
*215.	முதுகெலும்பற்றவை—துணைப்பாடம்	என். இராமலிங்கம்	9	00
*216.	முதுகுநாணுள்ளவை—துணைப்பாடம்	வி. சேது	10	00
தாவரவியல் (Botany)				
*217.	தாவர வெளி உள்ளமைப்பியல்களும் வகைப்பாட்டியலும்—சிறப்புப்பாடம்	கே. ராஜசேகரன்	11	00
*218.	தாவரப் புற அமைப்பியல்	கே. பாலச்சந்திரகணேசன்	9	25
*219.	தாவர உள்ளமைப்பியல்	டாக்டர் ஏ. கோவிந்தராஜுலு	7	25

மூலநூல் (Original Book).